

Πανελλήνια Παιδαγωγική Εταιρεία  
Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης  
ΠΑ.Π.Ε.Δ.Ε.

# ΕΡΚΥΝΑ

Ηλεκτρονικό - επιστημονικό περιοδικό



ΤΕΥΧΟΣ 30

2025

ISSN: 2241-8393

## Επιτροπή Έκδοσης

[Αγάθος Θανάσης](#), Αναπλ. Καθηγητής Νεοελληνικής Φιλολογίας ΕΚΠΑ  
[Αλεξιάδου Θεοδούλη \(Λίλυ\)](#), Δρ Νεοελληνίστρια, ΕΔΙΠ Τμήμ. Θεατρ. Σπουδών ΕΚΠΑ  
[Αποστολόπουλος Κων/νος](#), Δρ Φυσικών Επιστημών, Σύμβουλος Εκπαίδευσης  
[Γεωργιάδου Τασούλα](#), Δρ Φυσικών Επιστημών, Επίτιμη Σχολική Σύμβουλος  
[Γεωργόπουλος Αλέξανδρος](#), ΜΑ Φιλολογος, Δ/ντής Λυκείου  
[Διαμαντάκου Αικατερίνη \(Καίτη\)](#), Καθηγήτρια Τμήματος Θεατρικών Σπουδών ΕΚΠΑ  
[Δούκα Δέσποινα](#), Δρ φιλολογίας, Σύμβουλος Εκπαίδευσης Φιλολόγων Ανατ. Αττικής  
[Καλαούζη Κωνσταντίνα](#), Δρ φιλολογίας, Σύμβ. Εκπ/σης Φιλολόγων Δωδεκανήσου  
[Καλογήρου Γεωργία \(Τζίνα\)](#), Καθηγήτρια Νεοελ. Φιλολογίας & η Διδακτική της, ΕΚΠΑ  
[Κόσσυβας Γεώργιος](#), Δρ Μαθηματικών, Επόπτης Ποιότητας Β΄ Αθήνας  
[Κουσουλός Κωνσταντίνος](#), MSc Πληροφορικής, Ηλ/κός Μηχ/κός & Μηχ/κός Υπολ/στών  
[Κωτόπουλος Η. Τριαντάφυλλος](#), Καθηγητής Δημ/γικής Γραφής, Παν.Δυτ. Μακεδονίας  
[Λαδιάς Αναστάσιος](#), Δρ Πληροφορικής, τ. Σχολικός Σύμβουλος  
[Μαυρομάτης Αριστείδης](#), Δρ Μαθηματικών, ΚΕΔΙΒΙΜ Παν.Δυτικής Μακεδονίας  
[Μπαγάκης Γεώργιος](#), Ομότ.Καθηγητής Τμ. Κοιν.& Εκπ/κής Πολιτικής Παν.Πελ/νήσου  
[Μπαρραλής Γεώργιος](#), Ομότ. Καθηγητής Μαθηματικών Π.Τ.Δ.Ε. ΕΚΠΑ  
[Μπίκος Γεώργιος](#), Δρ Πολιτικών Επιστημών, Δ/ντής ΔΔΕ Δυτ. Αττικής  
[Μπίστα Κ. Πολυξένη](#), Δρ φιλολογίας, Νεοελληνίστρια – Συγγραφέας  
[Σπανός Ι. Γεώργιος](#), Ομότιμος Καθηγητής Παιδαγωγικής ΕΚΠΑ  
[Φανουράκη Κλειώ](#), Αναπλ. Καθηγήτρια Τμήματος Θεατρικών Σπουδών ΕΚΠΑ  
[Φερεντίνος Σπύρος](#), Δρ Μαθηματικών, Επίτιμος Σχολικός Σύμβουλος  
[Δημητρόπουλος Βασίλης](#), Δρ Ε.Μ.Π., Επίτιμος Σχολικός Σύμβουλος (Συντονιστής)

Όταν θέλετε να κάνετε αναφορά σε δημοσιευμένο άρθρο του Τεύχους 30, γράψτε σύμφωνα με το παρακάτω υπόδειγμα (αντικαθιστώντας όνομα ή ονόματα συγγραφέα/ων, τίτλο εργασίας και σελίδες δημοσίευσης): π.χ.

Σουβατζόγλου, Β., & Τσάρα Ε. (2025). Πολιτότητα και υπαίθρια μάθηση στο πνεύμα του Rousseau. *Έρκυνα, Ηλεκτρονικό – επιστημονικό περιοδικό, Τεύχος 30*, 86-99. Ανακτήθηκε από <https://www.erkyna.gr>

\* Η εικόνα του εξωφύλλου προέρχεται από γλυπτό που φιλοτέχνησε, το 2000, ο [Σπύρος Γουργιώτης](#).

## Τεύχος 30ο (2025)

### Πίνακας Περιεχομένων

Αναπαραστάσεις της «γλώσσας των νέων» στον λόγο της τηλεοπτικής μυθοπλασίας: προτάσεις κριτικής γλωσσικής διδασκαλίας <i>Κωνσταντίνος Μακρής</i>	σ. 4-17
Η μαθητική ερώτηση ως εργαλείο μάθησης στην εποχή της Τεχνητής Νοημοσύνης: Διδακτικό σενάριο στη Φιλοσοφία <i>Παρασκευή Ακριτίδου</i>	σ. 18-29
Η αδιάλειπτη συνέχεια της διδασκαλίας των Μαθηματικών στο Βυζάντιο και στην τουρκοκρατούμενη Ελλάδα <i>Μαρία Χάλκου</i>	σ. 30-45
Οι Φυσικές Επιστήμες και η Συναισθηματική Στάση των Μαθητών <i>Αθανάσιος Μαρμαγκάς, Δημήτρης Κόρακας</i>	σ. 46-56
Η αξιοποίηση κινηματογραφικών ταινιών στο Λύκειο: Η ταινία «Ο Πιανίστας» του Πολάνσκι <i>Στέλλα Παντζαρτζή</i>	σ. 57-70
Η Μουσική συναντά την Τεχνητή Νοημοσύνη: Δημιουργία ψηφιακού βοηθού χορδίσματος μουσικών οργάνων με το Machine Learning for Kids <i>Γεωργία Σταθοπούλου, Χρυσούλα Ξιξή, Σαράντος Ψυχάρης</i>	σ. 71-85
Πολιτότητα και υπαίθρια μάθηση στο πνεύμα του Rousseau <i>Βασίλειος Σουβατζόγλου, Ειρήνη Τσάρα</i>	σ. 86-99
Αλγόριθμος του Ευκλείδη και Πυθαγόρειο Θεώρημα: Ελληνικές δημιουργίες; <i>Αλέξιος Μαστρογιάννης</i>	σ. 100-110

## Αναπαραστάσεις της «γλώσσας των νέων» στον λόγο της τηλεοπτικής μυθοπλασίας: προτάσεις κριτικής γλωσσικής διδασκαλίας

Κωνσταντίνος Μακρής  
[konstmakris18@gmail.com](mailto:konstmakris18@gmail.com)

Φιλολόγος- Γλωσσολόγος, Υποψήφιος Διδάκτωρ Πανεπιστημίου Αιγαίου,  
Διευθύντης ΓΕ.Λ. Λαυρίου

**Περίληψη.** Ο λόγος της μαζικής κουλτούρας αποτελεί πρόσφορο έδαφος για τη μελέτη της γλωσσικής ποικιλότητας κυρίως υπό το πρίσμα της ιδεολογικής διάστασης των αναπαραστάσεών της. Αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η παρουσίαση ενδεικτικών προτάσεων διδακτικής αξιοποίησης των τηλεοπτικών μυθοπλαστικών κειμένων στο πλαίσιο του μαθήματος της Νεοελληνικής Γλώσσας της Α΄ Λυκείου με στόχο την ανάπτυξη του κριτικού γραμματισμού των μαθητών/τριών. Ειδικότερα, οι διδακτικές προτάσεις που κατατίθενται εδώ εστιάζουν στην κριτική προσέγγιση αναπαραστάσεων της «γλώσσας των νέων» σε αποσπάσματα δημοφιλών κωμικών σειρών βάσει του μοντέλου των Πολυγραμματισμών (Cope & Kalantzis, 2000). Μέσω αυτών επιδιώκεται οι μαθητές/τριες να καταστούν ικανοί/ές να ανιχνεύουν και να «αποφυσικοποιούν» τις κυρίαρχες ιδεολογίες που αναδύονται στα κείμενα αυτά για τη συγκεκριμένη γλωσσική ποικιλία και τους φορείς της.

**Λέξεις- κλειδιά:** γλωσσική ποικιλότητα, γλώσσα των νέων, μαζική κουλτούρα, χιούμορ, κριτική γλωσσική επίγνωση

### Εισαγωγή

Τα τελευταία τριάντα χρόνια, το ερευνητικό ενδιαφέρον της κοινωνιογλωσσολογίας και των μιντιακών σπουδών για τα κείμενα μαζικής κουλτούρας εντείνεται, αντικατοπτρίζοντας την προϊούσα αναγνώριση της συμβολής τους στη διαμόρφωση της κοινωνιογλωσσικής πραγματικότητας και των κυρίαρχων αντιλήψεων για αυτήν (Morrell, 2002; Στάμου, 2012). Το ενδιαφέρον αυτό σχετίζεται άμεσα και με το γεγονός ότι πλέον στη μαζική κουλτούρα αξιοποιείται ένα ευρύ φάσμα γλωσσικών ποικιλιών η αναπαραστάση των οποίων «φυσικοποιεί» συγκεκριμένες ιδεολογίες για τη γλώσσα. Ειδικότερα, τα κείμενα αυτά τείνουν ως επί το πλείστον να αναπαράγουν το αφήγημα της γλωσσικής ομοιογένειας και να ευθυγραμμίζονται ιδεολογικά με τη νόρμα της πρότυπης γλώσσας, στοχοποιώντας χιουμοριστικά μη πρότυπες ποικιλίες και τους φορείς τους (Archakis, Lampropoulou, Tsakona & Tsami, 2014; Georgakopoulou, 2000).

Εκκινώντας από τη θέση ότι μέσα σε ένα ρευστό και δυναμικά εξελισσόμενο περιβάλλον ώσμωσης ετερόκλητων γλωσσικών πρακτικών, αντιλήψεων και ταυτοτήτων όπως το σημερινό, η γλωσσική διδασκαλία οφείλει πρωτίστως να συμβάλλει στην ανάπτυξη της κριτικής γλωσσικής επίγνωσης των μαθητών/τριών και στην ενδυνάμωση των κοινωνιογλωσσικής τους ταυτότητας (Μητσικοπούλου, 2001), στόχος της παρούσας μελέτης είναι η παρουσίαση κάποιων ενδεικτικών διδακτικών προτάσεων κριτικής αξιοποίησης των αναπαραστάσεων της γλωσσικής ποικιλότητας στον τηλεοπτικό μυθοπλαστικό λόγο.

Ειδικότερα, οι προτάσεις αυτές αφορούν σε αναπαραστάσεις της «γλώσσας των νέων» σε κωμικές σειρές της ελληνικής τηλεόρασης και απευθύνονται σε μαθητές/τριες της Α' τάξης του Λυκείου. Οι συγκεκριμένες δραστηριότητες οργανώνονται βάσει του μοντέλου των Πολυγραμματισμών (Core & Kalantzis, 2000) και ευθυγραμμίζονται με όσα προβλέπονται στο νέο «Πρόγραμμα Σπουδών της Νεοελληνικής Γλώσσας στις Α', Β' και Γ' τάξεις Λυκείου» (2022), το οποίο θέτει ως βασικούς στόχους της γλωσσικής διδασκαλίας την ανάπτυξη της γλωσσικής επίγνωσης των μαθητών/τριών και την καλλιέργεια του κοινωνικο-λειτουργικού γραμματισμού τους.

Η μελέτη ξεκινάει με τη σημασία της διδακτικής αξιοποίησης των κειμένων μαζικής κουλτούρας και ειδικότερα των τηλεοπτικών σειρών και συζητά τον ρόλο του χιούμορ στη διάδοση γλωσσικών ιδεολογιών. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται με συντομία το πλαίσιο των Πολυγραμματισμών και το προτεινόμενο διδακτικό υλικό και τέλος καταγράφονται κάποια βασικά συμπεράσματα που συνοψίζουν τα ευρήματα της παρούσας μελέτης.

## **Θεωρητικό πλαίσιο**

### ***Η σημασία της διδακτικής αξιοποίησης της μαζικής κουλτούρας***

Τα τελευταία χρόνια, έρευνες διεθνώς (Livingstone & Bovill, 1999) αλλά και στην Ελλάδα (Κουτσογιάννης, 2011) αναδεικνύουν μια αιτιώδη σχέση ανάμεσα στις υψηλές απαιτήσεις του «σχολικού γραμματισμού» (Μητσικοπούλου, 2001), που υιοθετεί έναν πιο «επεξεργασμένο» επικοινωνιακό κώδικα (elaborated code), και τη σχολική αποτυχία μαθητριών/των από μη προνομιούχα κοινωνικά στρώματα, επισημαίνοντας την ανάγκη «γεφύρωσης» των εκτός σχολείου πρακτικών γραμματισμού με πρακτικές που εφαρμόζονται εντός του τυπικού σχολικού προγράμματος (Bulfin & Koutsogiannis, 2012). Σε αυτό το πλαίσιο, υποστηρίζεται πως είναι σημαντικό τα όρια ανάμεσα στο σχολικό και το κοινωνικό περιβάλλον των μαθητριών/των να μην είναι ανελαστικά αλλά να υπάρχει μια «χαλαρή ταξινόμηση» (Bernstein, 1990) των σχολικών μαθημάτων, ώστε τα εκπαιδευτικά υλικά που χρησιμοποιούνται να αξιοποιούν και να εμπλουτίζουν τις καθημερινές εμπειρίες των διδασκομένων (Φτερνιάτη, Τσάμη & Αρχάκης, 2016). Σε αυτά τα διδακτικά υλικά εντάσσονται και τα πολυτροπικά κείμενα που διακινούνται μέσω των ΜΜΕ και των νέων τεχνολογιών και είναι ευρύτερα γνωστά ως «κείμενα μαζικής κουλτούρας» (Στάμου, Αρχάκης & Πολίτης, 2016). Δεδομένης της κυρίαρχης θέσης της μαζικής κουλτούρας στις εξωσχολικές πρακτικές γραμματισμού των μαθητριών/τών, τα κείμενα αυτά έχουν ήδη αρχίσει να συμπεριλαμβάνονται σε πολλά σχολικά προγράμματα διεθνώς με στόχο τη γεφύρωση των εντός και εκτός σχολείου πρακτικών γραμματισμού (Morrell, 2002).

Η αξιοποίηση της μαζικής κουλτούρας στην εκπαιδευτική διαδικασία έχει πολλαπλά οφέλη. Σύμφωνα με έρευνες (Morell, 2002; Στάμου, 2012 κ.ά.), ενισχύει τη δημιουργικότητα των μαθητριών/των και την εμπλοκή τους στη μαθησιακή διαδικασία, αναδεικνύοντας και αξιοποιώντας παράλληλα την πολυφωνικότητα των σύγχρονων πολυπολιτισμικών τάξεων. Πέραν αυτού, συμβάλλει στην επαναδιαπραγμάτευση των αυστηρά οριοθετημένων σχέσεων εκπαιδευτικών και εκπαιδευόμενων και του ρόλου τους στην εκπαιδευτική διαδικασία (Στάμου, 2012). Με άλλα λόγια, οδηγεί σε αυτό που ο Bernstein (1990) αποκαλεί «χαλαρή περιχάραξη» των σχέσεων διδασκόντων/ουσών και διδασκομένων, καλώντας τους/τις μαθητές/τριες να επεξεργαστούν κριτικά, να αμφισβητήσουν ή και να εμπλουτίσουν την

προϋπάρχουσα γνώση τους για τον κόσμο και με τον τρόπο αυτό τους/τις τοποθετεί στο επίκεντρο της εκπαιδευτικής διαδικασίας (Κουτσογιάννης, 2011).

Μια ακόμα σημαντική διάσταση των κειμένων μαζικής κουλτούρας είναι η δύναμή τους να αναπαράγουν και να «φυσικοποιούν» κυρίαρχα κοινωνικά νοήματα λόγω της μεγάλης απήχησής τους στο ευρύ κοινό (Fiske, 2010; Storey, 2006; Strinati, 2004). Σύμφωνα με τον Androutsopoulos (2010), η μαζική κουλτούρα, αναπαριστώντας το κοινωνικό γίνεσθαι μέσα από τον διαθλαστικό φακό της κυρίαρχης ιδεολογίας, τείνει να οικοδομεί κοινωνιογλωσσικές αναπαραστάσεις που ισχυροποιούν και διαιωνίζουν τους κυρίαρχους λόγους (discourses). Από την άποψη αυτή, η διδακτική της αξιοποίηση μπορεί να βοηθήσει τους/τις μαθητές/τριες να αποκτήσουν επίγνωση του ιδεολογικού ρόλου των εν λόγω αναπαραστάσεων (Φτερνιάτη κ.ά., 2016: 88) και να αναπτύξουν ευρύτερα τον «κριτικό γραμματισμό» τους, την ικανότητά τους δηλαδή να διαβάζουν, να προσεγγίζουν και να καταλαβαίνουν ένα κείμενο θέτοντάς του ερωτήσεις και ανοίγοντας έναν κριτικό διάλογο με αυτό (Τσάκωνα, 2014α: 21).

### ***Αναπαραστάσεις της γλωσσικής ποικιλότητας στα κείμενα μαζικής κουλτούρας***

Στη σημερινή εποχή, η μαζική κουλτούρα αποτελεί πλέον προνομιακό πεδίο προβολής της γλωσσικής ποικιλότητας (Στάμου κ.ά., 2016: 23). Σε αντίθεση με το αφήγημα της γλωσσικής ομοιογένειας και μονογλωσσίας, που κατά τον δέκατο ένατο αιώνα υπηρέτησε ιδεολογικά τον στόχο της συγκρότησης εθνικών κρατών (Blommaert & Rampton, 2011; Busch, 2012), τα κείμενα μαζικής κουλτούρας τείνουν πλέον να αξιοποιούν και μη πρότυπες γλωσσικές ποικιλίες, όπως γεωγραφικές διαλέκτους και χαμηλού κύρους κοινωνικές (π.χ. «γλώσσα των νέων») και λειτουργικές ποικιλίες ή επίπεδα ύφους (Coupland, 2009; Stamou, 2014).

Παρά το γεγονός, όμως, ότι τα κείμενα μαζικής κουλτούρας καθιστούν πλέον ορατή τη γλωσσική ποικιλότητα (language variation) σε όλες τις διαστάσεις της (γεωγραφική, κοινωνική, λειτουργική· βλ. Δελβερούδη, 2001: 54-57), η κοινωνιογλωσσική έρευνα έχει δείξει πως στόχος των κειμένων αυτών δεν είναι η ακριβής και συστηματική αποτύπωση των αναπαριστώμενων γλωσσικών κωδίκων αλλά η προβολή και «φυσικοποίηση» συγκεκριμένων αντιλήψεων για τη χρήση τους (Bell, 1992). Αυτό σημαίνει πως μέσω της μαζικής κουλτούρας «ομιλιακά ύφη» (Coupland, 2009) όπως η «γλώσσα των νέων» «εγγράφονται» στη συλλογική συνείδηση της γλωσσικής κοινότητας ως «δεικτικά» συγκεκριμένων κοινωνικών ταυτοτήτων (Σαλτίδου, 2020). Ως εκ τούτου, η συμβολή τους στη διαμόρφωση και διάδοση «μεταπραγματολογικών στερεοτύπων» (Agha, 1998: 1), τυποποιημένων δηλαδή αξιολογήσεων για τον τρόπο ομιλίας και τις κοινωνικές ταυτότητες των ομιλητών/τριών, αποβαίνει καθοριστική. Δεδομένου, λοιπόν, πως η αναπαράσταση της γλωσσικής ποικιλότητας στη μαζική κουλτούρα συνιστά, όπως γράφει ο Agha (2003), μια «μεταπραγματολογική πρακτική», η σημασία της κοινωνιογλωσσικής μελέτης της έγκειται πρωτίστως στη διερεύνηση του ιδεολογικού της ρόλου στη διαμόρφωση της κοινωνιογλωσσικής πραγματικότητας (Stamou, 2014).

Σε ό,τι αφορά ειδικότερα στην τηλεοπτική αναπαράσταση της γλωσσικών ποικιλιών, η κοινωνιογλωσσική έρευνα έχει δείξει πως η τηλεοπτική μυθοπλασία τείνει να διαχειρίζεται τη γλωσσική ετερογένεια με τρόπο που αναπαράγει και επιβεβαιώνει το αφήγημα της γλωσσικής και εθνικής ομοιογένειας, με αποτέλεσμα να ενισχύει και να «φυσικοποιεί» ποικιλίες γλωσσικές και κοινωνικές προκαταλήψεις (Androutsopoulos, 2010). Η τάση αυτή παρατηρείται και στην αναπαράσταση των νεανικών ιδιωμάτων. Σύμφωνα με έρευνα των Saltidou & Stamou (2014), η «γλώσσα των νέων» φαίνεται πως επιστρατεύεται συστηματικά

σε κωμικές τηλεοπτικές σειρές ως υφολογικός πόρος για την οικοδόμηση ταυτοτήτων που διακρίνονται από χαλαρότητα, επιπολαιότητα και ανωριμότητα. Με τον τρόπο αυτό, αναπαράγονται αρνητικά κατά βάση στερεότυπα για ηλικιακή ομάδα των νέων, που ευθυγραμμίζονται με τον λόγο (discourse) της εφηβείας ως «ατελούς ενηλικίωσης» (βλ. Bucholtz, 2002).

### ***Ο ρόλος του χιούμορ στην αναπαράσταση της γλωσσικής ποικιλότητας***

Αν και το χιούμορ είναι μια έννοια πολυδιάστατη (Attardo, 1994: 9), κύριο χαρακτηριστικό του είναι ότι βασίζεται στην ασυμβατότητα, «στην αναντιστοιχία δηλαδή που παρατηρείται ανάμεσα στο πώς εμφανίζονται να είναι τα πράγματα και το πώς θα περιμέναμε να είναι» (Τσάκωνα, 2014b: 297). Σύμφωνα με τον Raskin (1985: 107-114), ένα κείμενο θεωρείται χιουμοριστικό εφόσον εντοπίζεται σε αυτό μια αντίθεση ανάμεσα σε δύο «γνωσιακά σχήματα». Από αυτά ένα τουλάχιστον στηρίζεται στη «γνώση υπόβαθρου» (background knowledge) που ο/η παραγωγός του έχει και προϋποθέτει για τον/την αποδέκτη/τρια και ένα την ανατρέπει. Έτσι, «το χιούμορ μέσω της σύγκρισης του αναμενόμενου με το μη αναμενόμενο, αναδεικνύει ποιος είναι ο ισχύων κανόνας, δηλαδή ποιες είναι οι προσδοκώμενες συμπεριφορές που παραβιάστηκαν, οδήγησαν στην ασυμβατότητα και, ως εκ τούτου, στοχοποιήθηκαν χιουμοριστικά» (Φτερνιάτη κ.ά., 2016: 88).

Στην τηλεοπτική μυθοπλασία, η γλωσσική συμπεριφορά χαρακτήρων που αποκλίνει από τη κυρίαρχη νόρμα γίνεται συχνά στόχος του χιούμορ (Archakis et al., 2014). Στην περίπτωση αυτή, το χιούμορ προκύπτει συνήθως από τον μη αναμενόμενο συνδυασμό γλωσσικών στοιχείων που ανήκουν σε διαφορετικές ποικιλίες ή επίπεδα ύφους (υφολογικό χιούμορ, «stylistic humour»· Attardo, 2001) ή από την υιοθέτηση μιας γλωσσικής ποικιλίας ασύμβατης με την κοινωνιογλωσσική ταυτότητα του/της ομιλητή/τριας, όπως η χρήση της «γλώσσας των νέων» από μη νέους χαρακτήρες (Σαλτίδου & Στάμου, 2017). Με τον τρόπο αυτό, το χιούμορ «οριοθετεί» ποιες γλωσσικές ποικιλίες χαίρουν της αναγνώρισης μιας κοινωνικοπολιτισμικής ομάδας και ποιες επικρίνονται, καταδεικνύοντας ταυτόχρονα ποιες γλωσσικές επιλογές θεωρούνται αναμενόμενες, για ποιες/ποιους και σε ποιες περιστάσεις (Antonopoulou & Sifianou, 2003).

Συνεπώς, η διδακτική αξιοποίηση χιουμοριστικών κειμένων της μαζικής κουλτούρας υπό το πρίσμα κριτικών λογοαναλυτικών προσεγγίσεων μπορεί να ενισχύσει την κριτική γλωσσική επίγνωση των μαθητών/τριών αναφορικά με τον ρόλο που διαδραματίζει το χιούμορ στην αναπαραγωγή μεταπραγματολογικών στερεοτύπων για τις γλωσσικές χρήσεις. Η κριτική επεξεργασία κειμένων της τηλεοπτικής κωμωδίας, για παράδειγμα, μπορεί να τους/τις βοηθήσει να απαγκιστρωθούν από την κυρίαρχη ιδεολογική θέαση των πραγμάτων (Gee, 1996: 89) μαθαίνοντας τους/τες «να χρησιμοποιούν τον λόγο της χειραφέτησης, έναν λόγο δηλαδή που (...) συμβάλλει στην απελευθέρωσή τους από την εξουσία των κυρίαρχων λόγων» (Μπουτουλούση, 2001: 225).

### ***Το μοντέλο των Πολυγγραμματισμών***

Οι θέσεις της κριτικής γλωσσικής επίγνωσης έχουν αξιοποιηθεί στο πλαίσιο της διδακτικής προσέγγισης των Πολυγγραμματισμών (multiliteracies) (Cope & Kalantzis, 2000). Το μοντέλο αυτό εστιάζει «στην τριβή των διδασκομένων με κείμενα και είδη λόγου από ένα ευρύ φάσμα μέσων και από ένα ευρύ φάσμα πολιτισμικών πηγών» (Kalantzis & Cope, 2001: 214), προκρίνοντας την κριτική επεξεργασία πολυτροπικών ιδίως κειμενικών ειδών από το ευρύτερο κοινωνικοπολιτισμικό περιβάλλον των μαθητών/τριών (Αρχάκης, Φτερνιάτη &

Τσάμη, 2015; Τσιπλάκου, 2007), με στόχο την ανάπτυξη του κριτικού τους γραμματισμού. Ειδικότερα, το μοντέλο των Πολυγραμματισμών περιλαμβάνει τέσσερις φάσεις κειμενικής επεξεργασίας (Kalantzis & Cope, 2001: 215):

- την *τοποθετημένη πρακτική* (situated practice), η οποία εστιάζει στην αξιοποίηση κειμένων που ανήκουν στις ποικίλες οπτικές της ζωής και της εμπειρίας των διδασκομένων, τα οποία μπορούν οι ίδιοι/ες να επιλέγουν και να φέρνουν στην τάξη,
- την *ανοιχτή διδασκαλία* (overt instruction), η οποία αποσκοπεί αφενός στην ανίχνευση και συστηματοποίηση από μέρους των μαθητών/τριών των γλωσσικών και εν γένει σημειωτικών πρακτικών που αξιοποιούνται για την κατασκευή ποικίλων κειμενικών ειδών και αφετέρου στην αξιολόγηση της ιδιαίτερης συμβολής τους στον σχεδιασμό των κειμένων αυτών,
- την *κριτική πλαισίωση* (critical framing), που αφορά στην κριτική προσέγγιση των κειμένων στο πλαίσιο του κοινωνικοπολιτισμικού περιβάλλοντος εντός του οποίου παράγονται, διακινούνται και προσλαμβάνονται και τη συνειδητοποίηση του ιδεολογικού τους ρόλου στη διαμόρφωση των κυρίαρχων λόγων (discourses),
- τη *μετασηματισμένη πρακτική* (transformed practice), που περιλαμβάνει την αναπλαισίωση των κειμένων, τη μεταφορά δηλαδή και την ένταξή τους σε ένα κοινωνιοπολιτισμικό ή επικοινωνιακό / καταστασιακό συγκείμενο διαφορετικό από εκείνο εντός του οποίου παρήχθησαν, ώστε να γίνει αντιληπτός ο ρόλος του εκάστοτε περικειμένου στη διαδικασία παραγωγής και πρόσληψης των κειμένων.

## Διδακτικές εφαρμογές

### Στοχοθεσία και επιλογή του υλικού

Για τις ανάγκες της παρούσας μελέτης, αναζητήθηκαν τηλεοπτικές σειρές στις οποίες η «γλώσσα των νέων» αξιοποιείται από τους/τις δημιουργούς ως υφολογικός πόρος για την κατασκευή κάποιου μυθοπλαστικού χαρακτήρα ανεξαρτήτως της ηλικιακής του ταυτότητας. Από τη στιγμή που οι διδακτικές προτάσεις εστιάζουν στον ρόλο του χιούμορ, κρίθηκε σκόπιμο η αναζήτηση του υλικού να περιοριστεί στο είδος της κωμωδίας. Στο πλαίσιο αυτό, μελετήθηκαν συνολικά τέσσερις τηλεοπτικές σειρές (*Το ρετιρέ*, *Τρεις Χάριτες*, *Ντόλτσε Βίτα* και *Άκρωσ Οικογενειακών*) για καθεμιά από οποίες σταχυολογήθηκαν σκηνές με ρητό ή άρρητο μεταπραγματολογικό λόγο για τη «γλώσσα των νέων». Όπως διαπιστώθηκε, σε κάποιες από αυτές τα νεανικά ιδιώματα επιστρατεύονται ως υφολογικός πόρος για την κατασκευή της ταυτότητας μη νέων χαρακτήρων, ενώ σε άλλες χρησιμοποιούνται από νεότερα ηλικιακά άτομα. Βάσει αυτού, στην παρούσα εργασία επιλέχθηκε να αξιοποιηθεί διδακτικά ένα κείμενο για καθεμιά από τις δύο κατηγορίες.

Ειδικότερα, οι διδακτικές προτάσεις που παρουσιάζονται εδώ περιλαμβάνουν δύο αποσπάσματα, ένα από τη σειρά *Ντόλτσε Βίτα* (1995-1997) και ένα από το *Ρετιρέ* (1990-1992). Οι προτεινόμενες δραστηριότητες ευθυγραμμίζονται με τα οριζόμενα στο νέο «Πρόγραμμα Σπουδών της Νεοελληνικής Γλώσσας στις Α', Β' και Γ' τάξεις Λυκείου» (2022), το οποίο προβλέπει τη διδασκαλία της ελληνικής μέσα από τις ποικίλες της ως διακριτό θεματικό πεδίο με στόχο την καλλιέργεια του σεβασμού στη γλωσσική ετερότητα και την κριτική διαπραγμάτευση γλωσσικών στερεοτύπων και στάσεων. Δεδομένου ότι η επαφή των μαθητών/τριών με κοινωνιολέκτους από το στενότερο και ευρύτερο κοινωνικό τους

περιβάλλον αποτελεί βασική θεματική της γλωσσικής διδασκαλίας στην Α΄ τάξη, οι συγκεκριμένες δραστηριότητες προτείνεται να αξιοποιηθούν για μαθητές/τριες της τάξης αυτής.

Πιο συγκεκριμένα, οι προτάσεις που ακολουθούν στηρίζονται στο μοντέλο των Πολυγραμματισμών (Cope & Kalantzis, 2000) όπως αυτό περιγράφηκε παραπάνω και έχουν ως στόχο οι μαθητές/τριες:

- να είναι σε θέση να εντοπίζουν τη «γλώσσα των νέων» ως υφολογικό πόρο κατασκευής νοημάτων και ταυτοτήτων,
- να αποκτήσουν επίγνωση των κυρίαρχων γλωσσικών ιδεολογιών που σχετίζονται με τα νεανικά ιδιώματα και τους/τις φορείς τους σε κείμενα της μαζικής κουλτούρας,
- να συνειδητοποιήσουν τον ρόλο του χιούμορ στην αναπαράσταση της κοινωνιολέκτου των νέων στον τηλεοπτικό μυθοπλαστικό λόγο,
- να αναγνωρίζουν τους λόγους για τους οποίους η «γλώσσα των νέων» στοχοποιείται χιουμοριστικά σε τηλεοπτικά κείμενα,
- να προσεγγίζουν κριτικά τα τηλεοπτικά κείμενα ως πολιτισμικές κατασκευές που διαμορφώνουν τους κυρίαρχους λόγους (discourses).

### **Πρώτο παράδειγμα: Ντόλτσε Βίτα**

Αντικείμενο της σειράς *Ντόλτσε Βίτα* είναι ο έρωτας της πρωταγωνίστριας Χριστίνας Μαρκάτου (Άννα Παναγιωτοπούλου), μιας ώριμης ηλικιακά χήρας, για τον πολύ νεότερό της και αρραβωνιαστικό της κόρης της Αντώνη Καλούδη (Θανάσης Ευθυμιάδης). Στη σκηνή που ακολουθεί, ο νέος σύντροφος της Ντορίτας, Χάρης (Χριστόφορος Παπακαλιάτης) συναντά για πρώτη φορά τη γιαγιά της, Όλγα Μαρκάτου (Μαρία Φωκά), στο πατρικό σπίτι της οικογένειας. Στη συνάντηση αυτή, η «γλώσσα των νέων» που αναπαρίσταται να χρησιμοποιεί ο Χάρης παρουσιάζεται ως αφορμή ασυνεννοησίας ανάμεσα στον ίδιο και τη γιαγιά Όλγα, δημιουργώντας ένα χιουμοριστικό αποτέλεσμα.

Ολ: Όλγα, Χα: Χάρης, Χρ: Χριστίνα, Ντ: Ντορίτα, Ασ: Ασπασία, Επεισόδιο 44, 19:18- 20:27.

(<https://www.youtube.com/watch?v=EV1kaWeBkxo>)

Ολ: Ε: λοιπόν παιδί: μου (.) ((ενώ χτυπάει τα πόδια του για να τα κατεβάσει από τον 2 καναπέ)) Έμαθα ότι ασχολείσαι με την ανθοκομία.

Χα: Εγώ;; (.) Α ναι ναι, εγώ, ναι (.) Εντελώς κουφό, ε; Εγώ βασικά ντιτζέι ήθελα να γίνω αλλά δεν μου 'κατσε κι όταν μπήκα στα ΤΕΙ ήμουνα σε μία φάση πού είναι η μπάλα.

Ολ: Πού είναι η μπάλα; ((με έκπληξη)) Ποια μπάλα γυρεύει;

Χρ: Άσ' το, άσ' το (.) Θα: σου εξηγήσω μετά.

Χα: Μιλάμε για φάση πολύ: essential.

Χρ: Να τα τ' αγγλικά που σας έλεγα! Μιλάει πά:ρα πολύ καλά αγγλικά!

Χα: Τι, εγώ από αγγλικά: σκίζω εγώ, ε; > If you wanna (x) and keep the money < ((κουνώντας εμφατικά τα χέρια του))

Ολ: Πού θα πει; ((με απορία))

Ντ: Όχι, μη – δεν είναι (.) μια αγγλική παροιμία που αν μεταφραστεί χάνει την αξία της ((χτυπώντας ελαφρά τον Χα. ενώ εκείνος μαζεύεται και φέρνει τα χέρια μπροστά του))

Ολ: Ο πατέρας σου τι επαγγέλλεται;

Χρ: Πλοίαρχος.

Ολ: Α, ωραία. Η μητέρα σου;

Χρ: Ασχολείται με business στο Λονδίνο.

Χα: Καλά, η μητέρα μου είναι εντελώς κουλή.

Ολ: Ω: την καημένη!

Χρ: Όχι, όχι, δεν (.) Άσ' το, θα σου εξηγήσω μετά.

Ολ: Όλα μετά θα μου τα εξηγήσεις εμένα;

Χα: Όταν η μητέρα μου πήγε στο Λονδίνο με τον έτσι, έφαγα ένα ι:!

Ασ: Φαγωμένοι ήρθατε; Αφού σας είχα πει...

Ντ: Όχι, Ασπασία μου, άσ' το. Άλλο εννοεί.

Χα: ((γελώντας)) Έφαγα ένα ι, για να καταλάβεις, σημαίνει πήρα ένα φλασάκι, είδα τον Χριστό φαντάρο.

Ολ: Τι βλασφημία είναι αυτή!

Στη συγκεκριμένη μυθοπλαστική συνομιλία ο νεαρός Χάρης αναπαρίσταται να αξιοποιεί υφολογικούς πόρους από τη λεγόμενη «γλώσσα των νέων» (Ανδρουτσόπουλος, 2001). Ειδικότερα, κατασκευάζεται να προβαίνει σε κρίσεις για πρόσωπα και καταστάσεις με επιτακτικές αξιολογικές εκφράσεις (π.χ. *εντελώς κουλή, εντελώς κουφό*), να εκφράζει με λόγο συνυποδηλωτικό βιωματικές εμπειρίες (π.χ. *πού είναι η μπάλα, είδα τον Χριστό φαντάρο κ.ά.*) και ψυχολογικές καταστάσεις δεικτικές συναισθηματικής έντασης (π.χ. *έφαγα ένα ι*), ενώ παράλληλα χρησιμοποιεί με άνεση και επιτυχία την αγγλική γλώσσα (σειρές 7 και 9). Επομένως, στο πλαίσιο αυτό, τα νεανικά ιδιώματα αποκτούν τη «δεκτική αξία» (Eckert, 2008) του αυθορμητισμού, της επιπολαιότητας αλλά και της εξοικείωσης με τον κώδικα της αγγλικής και «εγγράφονται» (Agha, 1998) στη συνείδηση των τηλεθεατών/τριών ως ένα «υφολογικό σύμπλεγμα» (Eckert, 2001) που υποσημαίνει μια διάθεση ρήξης με τις παραδοσιακές κοινωνιογλωσσικές νόρμες. Η διάθεση αυτή υποδηλώνεται και μέσω οπτικών σημειωτικών τρόπων (π.χ. «νεανικό» ντύσιμο, χαλαρή στάση σώματος κ.ά.) που ενισχύουν περαιτέρω τη χιουμοριστική στοχοποίηση του εν λόγω χαρακτήρα.

Κατά τη διδακτική επεξεργασία, αξίζει να προσεχθεί ιδιαίτερα ότι η χιουμοριστική διάσταση της σκηνής προκύπτει σε συνάρτηση με το επικοινωνιακό πλαίσιο εντός του οποίου αναπαρίστανται να χρησιμοποιείται το νεανικό ιδίωμα. Ειδικότερα, το χιούμορ εδώ στηρίζεται στην ασυμβατότητα της χρήσης της συγκεκριμένης υφολογικής ποικιλίας με την αναπαριστώμενη περίσταση και τις επικοινωνιακές δεξιότητες κάποιων από τις μεγαλύτερες σε ηλικία συνομιλήτριες του Χάρη, οι οποίες παρουσιάζονται αφενός να μην κατανοούν τα λεγόμενά του (σειρές 5, 11, 20) και αφετέρου να εκφράζουν τη δυσφορία τους για αυτά (σειρά 28). Εν ολίγοις, οι μαθητές/τριες μπορούν να διαπιστώσουν πως σε αυτή τη μυθοπλαστική συνομιλία η «γλώσσα των νέων» αποτιμάται αρνητικά, καθώς αναπαρίσταται ως μια γλωσσική ποικιλία αποκλίνουσα από την πρότυπη γλώσσα και πιο συγκεκριμένα ως

ένας κώδικας που, σε κάποιες περιστάσεις, μάλλον παρεμποδίζει την επικοινωνία παρά τη διευκολύνει.

Αξίζει, τέλος, να προσεχθεί ότι, ακόμα και όταν ο Χάρης αναπαρίσταται να προσπαθεί να εξηγήσει τα λεγόμενά του (βλ. το μεταγλωσσικό σχόλιό του στη σειρά 27), παρουσιάζεται να επιλέγει και πάλι εκφράσεις του νεανικού κώδικα, ο οποίος με τον τρόπο αυτό κατασκευάζεται ως η «φυσική» του γλώσσα. Έτσι, αναπαράγεται η αντίληψη ότι οι γλωσσικές ποικιλίες αποτελούν συμπαγείς και σαφώς οριοθετημένους κώδικες, που είναι συμβατοί με συγκεκριμένες μόνο κοινωνικές κατηγορίες ομιλητών/τριών.

Βάσει των παρατηρήσεων αυτών και όσων έχουν ήδη λεχθεί για το μοντέλο των Πολυγραμματισμών, η διδακτική προσέγγιση του κειμένου περιλαμβάνει τις εξής δραστηριότητες ανά στάδιο:

α) *Τοποθετημένη πρακτική*: Εκκινώντας από τη διαπίστωση ότι η παρακολούθηση κωμικών τηλεοπτικών σειρών αποτελεί συνήθη πρακτική πολλών εφήβων, ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να αξιοποιήσει ως αφόρμηση για την παρουσίαση του κειμένου τις εμπειρίες των μαθητών/τριών, ρωτώντας τους, για παράδειγμα, για τους αγαπημένους τους εφηβικούς τηλεοπτικούς χαρακτήρες, τον τρόπο με τον οποίο αναπαρίσταται η ταυτότητα και η ιδιόλεκτός τους και τον βαθμό στον οποίο οι τηλεοπτικές αυτές αναπαραστάσεις ανταποκρίνονται στη δική τους πραγματικότητα ως εφήβων. Στο σημείο αυτό, ο/η εκπαιδευτικός θα μπορούσε επίσης να αξιοποιήσει και τη δική του εμπειρία ως τηλεθεατή/άτριας κωμικών σειρών ή/και να κάνει μνεία στη «γλώσσα των νέων» της δικής του/της εποχής, ώστε τα παιδιά να «απενοχοποιήσουν» τις τηλεοπτικές τους συνήθειες ή/και μη πρότυπα στοιχεία του γλωσσικού τους ρεπερτορίου.

β) *Ανοιχτή διδασκαλία*: Οι μαθητές/τριες παρακολουθούν το συγκεκριμένο απόσπασμα και καλούνται σε συνεργασία με τον/την εκπαιδευτικό να εντοπίσουν ποια στοιχεία χαρακτηρίζουν την ιδιόλεκτο του Χάρη και πώς αυτή αξιολογείται από τις συνομιλήτριές του. Στόχος είναι να διαπιστώσουν αφενός ότι η ιδιόλεκτός του αναπαρίσταται ως ένα «υφολογικό σύμπλεγμα» μεταφορικών εκφράσεων κοινής χρήσης, στοιχείων που χαρακτηρίζουν ειδικότερα τον γλωσσικό κώδικα των νέων και της αγγλικής γλώσσας και αφετέρου ότι ο τρόπος με τον οποίο (αναπαρίσταται να) μιλάει αποτιμάται ως ασύμβατος με την πρότυπη γλώσσα και ως μη αναμενόμενος για τις επικοινωνιακές ανάγκες της συγκεκριμένης διεπίδρασης. Βάσει αυτών, ο/η εκπαιδευτικός καλείται στο σημείο αυτό να συζητήσει με τα παιδιά πώς ορίζεται η «γλώσσα των νέων» και ποια είναι τα χαρακτηριστικά της (βλ. Ανδρουτσόπουλος, 2001), επισημαίνοντας πως το χιούμορ στηρίζεται σε (και προκύπτει από) ασυμβατότητες (βλ. Τσάκωνα, 2013), χωρίς ωστόσο να υπεισέλθει σε σχολαστική γλωσσολογική ανάλυση. Μπορεί, επίσης, με αφορμή τα στοιχεία που θα προκύψουν και τη σύγκρισή τους με τα σημερινά νεανικά ιδιώματα να μιλήσει για την «ιστορικότητα» της «γλώσσας των νέων», τονίζοντας πως διαχρονικά οι νέοι/ες συγκροτούν τον δικό τους κώδικα επικοινωνίας, που αλλάζει, ωστόσο, από γενιά σε γενιά, και να αναζητήσουν τους λόγους (κοινωνικούς, ψυχολογικούς, επικοινωνιακούς κ.ά.) για τους οποίους συμβαίνει αυτό.

γ) *Κριτική παισίωση*: Έχοντας προσδιορίσει αδρομερώς τα χαρακτηριστικά της «γλώσσας των νέων» και την ασυμβατότητα της χρήσης της στη συγκεκριμένη σκηνή, οι μαθητές/τριες καλούνται να εντοπίσουν τις γλωσσικές ιδεολογίες που προκύπτουν από τη χιουμοριστική στοχοποίηση της ιδιόλεκτου του νεαρού μυθοπλαστικού χαρακτήρα, εξετάζοντας κατά πόσον αυτό αποτελεί μια συνήθη πρακτική της τηλεοπτικής κωμωδίας και ποιον σκοπό

υπηρετεί. Στο πλαίσιο αυτό, προτείνεται να παρακολουθήσουν σύντομα αποσπάσματα και από άλλες σειρές, προκειμένου να μπορέσουν να καταλήξουν σε κάποια γενικότερα συμπεράσματα για τον ιδεολογικό ρόλο των τηλεοπτικών αναπαραστάσεων των νεανικών ιδιωμάτων. Δεδομένου ότι τα τηλεοπτικά κείμενα είναι ιδεολογικές κατασκευές ενός «συλλογικού πομπού» (Dyner, 2011), προτείνεται, επίσης, να αξιοποιηθούν και οπτικά στοιχεία των εν λόγω αναπαραστάσεων (σκηνοθετικά μοτίβα, ενδυματολογικές επιλογές κ.ά.), ώστε οι μαθητές/τριες να προσεγγίσουν συνολικά το ζήτημα της σχέσης γλώσσας και ταυτότητας αναπτύσσοντας παράλληλα τον οπτικό τους γραμματισμό. Μια τέτοια πολυσημειωτική προσέγγιση του οπτικού κειμένου θα ενισχύσει την ικανότητά τους να εντοπίζουν και να αποφυσικοποιούν τους κυρίαρχους λόγους των τηλεοπτικών κειμένων.

Ενδεικτικά, μπορούν να τεθούν ερωτήματα όπως:

- Πώς αξιολογείται ο τρόπος ομιλίας του Χάρη από τις συνομιλήτριές του και σε ποιον βαθμό συμφωνείτε με αυτή την αξιολόγηση;
- Ποια αντίληψη για τους/τις νέους/ες και τη γλώσσα τους προκύπτει από τον τρόπο αναπαράστασης της ιδιολέκτου του Χάρη και τις αντιδράσεις των συνομιλητριών του;
- Ποια στερεότυπα του τηλεοπτικού κοινού επιδιώκει να ενεργοποιήσει ο «συλλογικός δημιουργός» του κειμένου αυτού, μέσω ποιων σημειωτικών πρακτικών και με ποιον σκοπό;

δ) *Μετασηματισμένη πρακτική*: Προκειμένου να αντιληφθούν καλύτερα τον ιδεολογικό ρόλο του χιούμορ, στο σημείο αυτό οι μαθητές/τριες καλούνται να παραγάγουν ομαδοσυνεργατικά νέα «τηλεοπτικά κείμενα» μικρής έκτασης στα οποία θα αξιοποιείται ως υφολογικός πόρος η «γλώσσα των νέων», χωρίς ωστόσο η χρήση της να στοχοποιείται χιουμοριστικά. Μια καλή πρακτική θα ήταν να αναπαραστήσουν τις σύντομες σκηνές που θα συνθέσουν, ώστε να αξιοποιήσουν και άλλους σημειωτικούς πόρους (χειρονομίες, εκφράσεις προσώπου κ.ά.). Στη συνέχεια, τα κείμενά τους θα αξιολογηθούν ενδο-ομαδικά και δι-ομαδικά βάσει προκαθορισμένων κριτηρίων σύστοιχων προς τους στόχους της διδασκαλίας.

### **Δεύτερο παράδειγμα: Το Ρετιρέ**

Κεντρική ηρωίδα της σειράς είναι η Κατερίνα Σοφιανού (Κατερίνα Γιουλάκη), που μένει μαζί με τη μητέρα της Σοφία (Κούλα Αγαγιώτου) και την ανηψιά της Ειρήνη (Τζούς Ευείδη) σε ένα μικροαστικό ρετιρέ. Στην υπό εξέταση σκηνή, η Κατερίνα, επιστρέφοντας στο σπίτι με τον νέο της σύντροφο Χρήστο (Νίκος Κούρος) έρχεται αντιμέτωπη με μια απρόσμενη γλωσσική συμπεριφορά της μητέρας της. Στο πλαίσιο αυτό, διατυπώνονται κάποιες απόψεις για τη γλώσσα και ειδικότερα για τον τρόπο ομιλίας των νέων.

Κ.: Κατερίνα, Σ.: Σοφία, Χ.: Χρήστος, Ε.: Ειρήνη, Επεισόδιο 50, 8:43-9:35.

(<https://www.youtube.com/watch?v=BBabkIC8yic&t=688s>)

Κ.: Καλησπέρα: (.) Τι κάνουνε εδώ γιαγιά και εγγονή;

Σ.: Μαθαίνουμε ελληνικά.

Χ.: Η γιαγιά την εγγονή;

Ε.: Ε, μην τρελαθούμε κιόλας! Τι να μάθω εγώ απ' το Σοφάκι; ((με υποτιμητικό ύφος))

Κ.: Δεν είναι Σοφάκι (.) είναι η γιαγιά σου. ((με αυστηρό και κοφτό τόνο))

Ε.: Εγώ τη λέω Σοφάκι για να της κρύβω χρόνια.

Χ.: Δεν νομίζω ότι το έχει ανάγκη (.) Είναι πολύ νέα ακό:μα η μαμά.

Σ.: Άκουσε να σου πω Χρήστο: (.) το «μαμά» κομμένο. Άντε γιατί θα σου την πέσω πολύ: άσχημα και θα σε κάνω να δεις τον Χριστό φαντάρο (.) Κατάλαβες, δικέ μου;

Κ.: Α.: για κάνε στην άκρη, Χρήστο. ((πλησιάζοντάς τες)) Εσάς τις δύο πρέπει να σας χωρίσω. Πώς έκανες τη μάνα μου έτσι βρε σαν τα μούτρα σου; Και εσύ πάλι δεν τρέπεσαι να παρασύρεσαι μεγάλη γυναίκα (.) απ' αυτό το τρελό και να μιλάς σαν φρικιό στα Εξάρχεια;

Σ.: Δεν παρασύρομαι (.) Είναι τα νέα ελληνικά που πρέπει να τα μάθουμε όλοι μας, βέ:βαια (.) γιατί αύριο μεθαύριο μπορεί να βρεθούμε σε μια παρέα με νέους (.) να μας μιλάνε και να μην καταλαβαίνουμε (.) να μας ζητάνε ψωμί κι εμείς να φέρνουμε νερό.

Στη σκηνή αυτή, η γλωσσική συμπεριφορά της Σοφίας, η οποία αναπαρίσταται να χρησιμοποιεί μια γλωσσική ποικιλία ασύμβατη με την ηλικιακή της ταυτότητα, μπορεί να αξιοποιηθεί διδακτικά προκειμένου να αντιληφθούν οι μαθητές/τριες την έννοια του «υφολογικού χιούμορ» (Attardo, 2001). Ειδικότερα, οι μαθητές/τριες μπορούν να παρατηρήσουν ότι ο τρόπος με τον οποίο η Σοφία απευθύνεται στον γαμπρό της (σειρές 9-11) παραπέμπει περισσότερο σε αντίδραση έφηβης παρά ηλικιωμένης γυναίκας, καθώς το ύφος της είναι επιθετικό και η ιδιόλεκτός της περιλαμβάνει πολλά στοιχεία της νεανικής αργκό (βλ. το συντακτικό σχήμα «την πέφτω σε + πρόσωπο» και τον στερεοτυπικό δείκτη απεύθυνσης «δικέ μου»). Αξίζει, επίσης, να προσεχθεί πως αυτή η ασυμβατότητα υπογραμμίζεται και με την αντίστιξη γλωσσικών και οπτικών πόρων, αφού οι υφολογικές της επιλογές έρχονται σε έντονη αντίθεση με την όλη εμφάνιση και συμπεριφορά της (φοράει ρόμπα, κινείται αργά). Εξάλλου, και ο επιτηδευμένος τρόπος εκφοράς του λόγου της στο σημείο αυτό «δεικνύει» υπόρρητα πως πρόκειται για μια «γλώσσα» που δεν της ανήκει.

Αυτό το «πέρασμα» (crossing· Rampton, 1995) στη «γλώσσα των νέων» γίνεται αφορμή για μεταγλωσσικά σχόλια που αναπαράγουν μεταπραγματολογικά στερεότυπα για τη συγκεκριμένη γλωσσική ποικιλία και τους φορείς της. Ειδικότερα, οι μαθητές/τριες μπορούν να διαπιστώσουν ότι το υποτιμητικό σχόλιο της Κατερίνας τόσο για τον ίδιο τον γλωσσικό κώδικα των νέων όσο και για τη χρήση του από μια «μεγάλη γυναίκα» (σειρές 12-15) ευθυγραμμίζεται με παραδοσιακές αντιλήψεις για τη γλώσσα, αφού προβάλλει τις γλωσσικές ποικιλίες ως σαφώς οριοθετημένες κατηγορίες που συνδέονται αποκλειστικά με συγκεκριμένες κοινωνικές ομάδες ομιλητών/τριών, ενώ ταυτόχρονα αναπαράγει το αφήγημα περί πρότυπων και μη πρότυπων γλωσσικών ποικιλιών. Επομένως, η σκηνή μπορεί να αποτελέσει έναυσμα για συζήτηση και προβληματισμό αναφορικά με το άνισο κοινωνικό κύρος που απολαμβάνουν κάποιες γλωσσικές ποικιλίες και οι ομιλητές/τριές τους.

Βάσει αυτών, η διδακτική προσέγγιση του κειμένου μπορεί να ακολουθήσει την εξής πορεία:

α) *Τοποθετημένη πρακτική*: Ως αφορμή για την παρουσίαση του κειμένου, μπορούν να τεθούν στους/στις μαθητές/τριες ερωτήματα για τη γλώσσα και τη συγκρότηση της ταυτότητας, όπως:

- ποια στοιχεία χαρακτηρίζουν γενικά τον τρόπο ομιλίας των νέων σήμερα;
- μιλάμε σύμφωνα με το τι είμαστε ή είμαστε σύμφωνα με το πώς μιλάμε;

- πώς θα χαρακτηρίζατε έναν έφηβο που μιλάει όπως οι γονείς του και πώς μια γιαγιά που μιλάει όπως η εγγονή της; Τι αποτέλεσμα έχουν τέτοιου είδους γλωσσικές συμπεριφορές;

Με τον τρόπο αυτό, επιδιώκεται οι μαθητές/τριες αφενός να προβληματιστούν αναφορικά με τη σχέση γλώσσας και ταυτότητας και αφετέρου να ανασύρουν τις δικές τους γλωσσικές ιδεολογίες, πάνω στις οποίες θα κληθούν να αναστοχαστούν στις επόμενες φάσεις της διδασκαλίας.

β) *Ανοιχτή διδασκαλία*: Οι μαθητές/τριες παρακολουθούν το απόσπασμα, το οποίο ακολούθως τους δίνεται και απομαγνητοφωνημένο και, αφού χωριστούν σε ομάδες, καλούνται να επεξεργαστούν κάποια ερωτήματα που αφορούν στη γλώσσα του κειμένου, επί των οποίων στη συνέχεια θα συζητήσουν στην ολομέλεια της τάξης. Ενδεικτικά, μπορεί να δοθεί φύλλο εργασίας με τις εξής ερωτήσεις:

- Πώς παρουσιάζονται να μιλούν οι νέοι/ες στο συγκεκριμένο απόσπασμα; Καταγράψτε όλες τις λέξεις / φράσεις της «γλώσσας των νέων» που εντοπίζετε στο κείμενο και σημειώστε ποια / ποιες από αυτές γνωρίζετε ή χρησιμοποιείτε και εσείς.
- Ποιες απόψεις για τη γλώσσα γενικά ή / και για τη «γλώσσα των νέων» ειδικότερα εκφράζουν η Σοφία και η Κατερίνα; Σε τι συγκλίνουν και σε τι διαφοροποιούνται;
- Ποια στοιχεία του κειμένου (γλωσσικά, οπτικά) θα μπορούσαν, κατά τη γνώμη σας, να χαρακτηριστούν χιουμοριστικά; Σε βάρος ποιου/ποίων καλούμαστε να γελάσουμε και γιατί;

γ) *Κριτική πλαισίωση*: Στο στάδιο αυτό, η διδασκαλία επικεντρώνεται στην κριτική αποτίμηση της ιδεολογικής διάστασης των γλωσσικών αναπαραστάσεων και των μεταπραγματολογικών σχολίων του κειμένου. Για τον σκοπό αυτό, προτείνεται να αξιοποιηθούν τα ερωτήματα:

- Συμφωνείτε ή διαφωνείτε με τις απόψεις για τη γλώσσα που διατυπώνονται από τους μυθοπλαστικούς χαρακτήρες και γιατί; Ποια είναι η δική σας θέση;
- Βάσει της εμπειρίας σας, σε ποιον βαθμό μιλούν οι νέοι/ες όπως στο απόσπασμα; Σκεφτείτε ειδικότερα αν και σε ποιες περιστάσεις εσείς μιλάτε με ανάλογο τρόπο.
- Ποιες απόψεις των δημιουργών της σειράς για τη «γλώσσα των νέων» απηχεί η συγκεκριμένη σκηνή;
- Ποιο σκοπό υπηρετεί τελικά ο τρόπος με τον οποίο παρουσιάζεται να μιλάει στο συγκεκριμένο απόσπασμα η Σοφία;

Συζητώντας και ανταλλάσσοντας απόψεις πάνω στα ερωτήματα αυτά, οι μαθητές/τριες επιδιώκεται να προβληματιστούν αναφορικά με τον απώτερο σκοπό της κωμωδίας, τα μέσα που επιστρατεύει για τον επιτύχει αλλά και τον ρόλο της στη διαμόρφωση των απόψεων του τηλεοπτικού κοινού για θέματα όπως η γλώσσα και οι κοινωνικές ταυτότητες. Παράλληλα, αναλογιζόμενοι/ες κατά πόσον όλοι/ες οι νέοι/ες μιλούν σε όλες τις περιστάσεις με τον τρόπο που αποτυπώνεται στο κείμενο, θα βοηθηθούν να εκτιμήσουν την εγκυρότητα των απόψεων που διατυπώνονται εδώ και των γλωσσικών ιδεολογιών που αυτές αναπαράγουν. Η συζήτηση και τα συμπεράσματα που θα προκύψουν θα τους/τις βοηθήσουν να αποκτήσουν μια πιο απροκατάληπτη στάση απέναντι στη γλώσσα των νέων και κατ' επέκταση σε άλλες γλωσσικές ποικιλίες και να συνειδητοποιήσουν την αναγκαιότητα υιοθέτησης μιας κριτικής στάσης απέναντι στα τηλεοπτικά κείμενα.

δ) *Μετασηματισμένη πρακτική*: Στην τελευταία φάση της διδασκαλίας οι μαθητές/τριες καλούνται να ξαναγράψουν ομαδοσυνεργατικά το σενάριο της σκηνής υποθέτοντας πως τη «γλώσσα των νέων» την χρησιμοποιεί η Ειρήνη και στη συνέχεια να συζητήσουν στην ολομέλεια της τάξης κατά πόσον με την αλλαγή αυτή προκύπτει ένα εξίσου χιουμοριστικό αποτέλεσμα.

## Συμπεράσματα –Προτάσεις

Εκκινώντας από τη θέση ότι η ανάπτυξη της κριτικής γλωσσικής επίγνωσης των μαθητών/τριών αποτελεί βασικό στόχο της γλωσσικής διδασκαλίας, όπως ρητά δηλώνεται και στο νέο «Πρόγραμμα Σπουδών της Νεοελληνικής Γλώσσας στις Α', Β' και Γ' τάξεις Λυκείου» (2022), στην παρούσα μελέτη επιχειρήθηκε η παρουσίαση ενδεικτικών δραστηριοτήτων για την κριτική διδακτική προσέγγιση του τρόπου αναπαράστασης των νεανικών ιδιωμάτων σε δύο δημοφιλείς κωμικές σειρές του Mega Channel, το *Ντόλτσε Βίτα* (1995-1997) και το *Ρετιρέ* (1990-1992). Όπως προκύπτει, και στις δύο περιπτώσεις οι δημιουργοί στοχοποιώντας χιουμοριστικά τη «γλώσσα των νέων» αναπαράγουν την αντίληψη πως πρόκειται για έναν σαφώς διακριτό και συμπαγή κώδικα που αποκλίνει από τη νόρμα της πρότυπης γλώσσας, ανακυκλώνοντας αρνητικά στερεότυπα τόσο για την ίδια τη γλωσσική ποικιλία όσο και τους/τις ομιλητές/τριές της. Βάσει των διαπιστώσεων αυτών, σχεδιάστηκαν δραστηριότητες για τη διδακτική αξιοποίηση των δύο κειμένων σύμφωνα με το μοντέλο των Πολυγραμματισμών (Core & Kalantzis, 2000), με στόχο οι μαθητές/τριες να προσεγγίσουν κριτικά τις γλωσσικές ιδεολογίες που αναδύονται από τις μυθοπλαστικές αυτές αναπαραστάσεις των νεανικών ιδιωμάτων και να προβληματιστούν γενικότερα για τον ιδεολογικό ρόλο που επιτελούν τα κείμενα μαζικής κουλτούρας στη διαμόρφωση της κοινωνιογλωσσικής πραγματικότητας. Πρέπει, ωστόσο, να σημειωθεί ότι οι προτεινόμενες δραστηριότητες είναι ενδεικτικές και σε καμία περίπτωση δεν εξαντλούν τις δυνατότητες που παρέχουν τα επιλεγέντα κείμενα για κριτική διερεύνηση των ιδεολογικών συνδηλώσεων της αναπαριστώμενης γλωσσικής ποικιλίας. Αυτό, εξάλλου, θα ήταν αδύνατο λόγω και των περιορισμών που επιβάλλει η έκταση της συγκεκριμένης μελέτης. Αντίθετα, προτείνεται οι δραστηριότητες αυτές να αξιοποιηθούν από τους/τις διδάσκοντες/ουσες ως αφορμή για αναστοχασμό αναφορικά με τις δυνατότητες που τα ίδια τα κείμενα μαζικής κουλτούρας δίνουν για μια κριτική γλωσσοδιδακτική προσέγγισή τους και ως αφετηρία για ανάλογες διδακτικές εφαρμογές και σε άλλα τηλεοπτικά κειμενικά είδη (π.χ. διαφημίσεις).

## Αναφορές

- Agha, A. (1998). Stereotypes and registers in honorific language. *Language in Society*, 27(2), 151-193.
- Agha, A. (2003). The social life of cultural value. *Language and Communication*, 23(3-4), 231-273.
- Androutsopoulos, J. (2010). The study of language and space in media discourse. Στο P. Auer & J. Schmidt (Επιμ.), *Language and space: An international handbook of linguistic variation* (σ. 740-758). Berlin/New York: De Gruyter.
- Antonopoulou, E., & Sifianou, M. (2003). Conversational dynamics of humor: The telephone game in Greek. *Journal of Pragmatics*, 35, 741-769.
- Archakis, A., Lampropoulou, S., Tsakona, V. & Tsami, V. (2014). Linguistic varieties in style: Humorous representations in Greek mass culture texts. *Discourse, Context and Media*, 3, 46-54.
- Attardo, S. (1994). *Linguistic theories of humor*. Berlin & New York: Mouton de Gruyter.
- Attardo, S. (2001). *Humorous texts: A semantic and pragmatic analysis*. Berlin: Mouton de Gruyter.

- Bell, A. (1992). Hit and miss: Referee design in the dialects of New Zealand television advertisements. *Language and Communication*, 12, 327-340.
- Bernstein, B. (1990). *Class, codes and control. Vol.IV, The structuring of pedagogic discourse*. London & New York: Routledge.
- Blommaert, J., & Rampton, B. (2011). Language and superdiversity. *Diversities*, 13, 1-20.
- Bucholtz, M. (2002). Youth and cultural practice. *Annual Review of Anthropology*, 31, 525-552.
- Bulfin, S., & Koutsogiannis, D. (2012). New literacies as multiply placed practices: Expanding perspectives on young people's literacies across home and school. *Language and Education*, 26, 331-346.
- Busch, B. (2012). The linguistic repertoire revisited. *Applied Linguistics*, 33, 503-523.
- Cope, B., & Kalantzis, M. (Επιμ.). (2000). *Multiliteracies: Literacy learning and the design of social futures*. London & New York: Routledge.
- Coupland, N. (2009). The mediated performance of vernaculars. *Journal of English Linguistics*, 37, 284-300.
- Dynel, M. (2011). Joker in the pack. Towards determining the status of humorous framing in conversations. Στο Μ. Dynel (Επιμ.), *The pragmatics of humor across discourse domains* (σ. 217-241). Amsterdam: John Benjamins.
- Eckert, P. (2001). Style and social meaning. Στο P. Eckert & J. Rickford (Επιμ.), *Style and sociolinguistic variation* (σ. 119-126). Cambridge: Cambridge University Press.
- Eckert, P. (2008). Variation and indexical field. *Journal of Sociolinguistics*, 12(4), 453-476.
- Fiske, J. (2010). *Understanding popular culture*. London: Routledge.
- Gee, J.-P. (1996). *Social Linguistics and Literacies. Ideology in Discourses*. London: Taylor & Francis.
- Georgakopoulou, A. (2000). On the sociolinguistics of popular films: Funny characters, funny voices. *Journal of Modern Greek Studies*, 18, 119-133.
- Kalantzis, M., & Cope, B. (2001). Πολυγραμματισμοί. Στο Α.-Φ. Χριστίδης (Επιμ.), *Εγκυκλοπαιδικός οδηγός για τη γλώσσα* (σ. 214-216) (Μτφρ. Ν. Γεωργίου). Θεσσαλονίκη: Κέντρο Ελληνικής Γλώσσας.
- Livingstone, S., & Bovill, M. (1999). *Young people, New Media: Report of the research project "Children, Young People and the Changing Media Environment*. London: London School of Economics and Political Science.
- Morrell, E. (2002). Toward a critical pedagogy of popular culture: Literacy development among urban youth. *Journal of Adolescent and Adult Literacy*, 46, 72-77.
- Rampton, B. (1995). *Crossing Language and ethnicity among adolescents*. London: Longman.
- Raskin, V. (1985). *Semantic Mechanisms of Humor*. Dordrecht: D. Reidel.
- Saltidou, T., & Stamou, A. (2014). The mediation of "youth language" in mainstream mass culture: Evidence from a Greek family sitcom. *Sociolinguistic Studies*, 8(2), 223-248.
- Stamou, A. (2014). A literature review on the mediation of sociolinguistic style in television and cinematic fiction: Sustaining the ideology of authenticity. *Language & Literature*, 23(2), 118-140.
- Storey, J. (2006). *Cultural theory and popular culture: An introduction*. Essex: Pearson.
- Strinati, D. (2004). *An introduction to theories of popular culture*. London: Routledge.
- Ανδρουτσόπουλος, Γ. (2001). Γλώσσα των νέων. Στο Α.-Φ. Χριστίδης (Επιμ.), *Εγκυκλοπαιδικός οδηγός για τη γλώσσα* (σ. 108-111). Θεσσαλονίκη: Κέντρο Ελληνικής Γλώσσας.
- Αρχάκης, Α., Φτερινάτη, Α., & Τσάμη, Β. (2015). Η γλωσσική ποικιλότητα σε κείμενα μαζικής κουλτούρας: Προτάσεις διδακτικής αξιοποίησής της. Στο Μ. Τζακώστα (Επιμ.), *Η διδασκαλία των νεοελληνικών γλωσσικών ποικιλιών και διαλέκτων στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Θεωρητικές προσεγγίσεις και διδακτικές εφαρμογές* (σ. 67-94). Αθήνα: Gutenberg.
- Δελβερούδη, Ρ. (2001). Γλωσσική ποικιλία. Στο Α.-Φ. Χριστίδης (Επιμ.), *Εγκυκλοπαιδικός οδηγός για τη γλώσσα* (σ. 54-57). Θεσσαλονίκη: Κέντρο Ελληνικής Γλώσσας.
- Κουτσογιάννης, Δ. (2011). *Εφηβικές πρακτικές ψηφιακού γραμματισμού και ταυτότητες*. Θεσσαλονίκη: Κέντρο Ελληνικής Γλώσσας.
- Μητσικοπούλου, Ε. (2001). Γραμματισμός. Στο Α.-Φ. Χριστίδης (Επιμ.), *Εγκυκλοπαιδικός οδηγός για τη γλώσσα* (σ. 209-213). Θεσσαλονίκη: Κέντρο Ελληνικής Γλώσσας.

- Μπουτουλούση, Ε. (2001). Γλώσσα και γλωσσική επίγνωση. Στο Α.-Φ. Χριστίδης (Επιμ.), *Εγκυκλοπαιδικός οδηγός για τη γλώσσα* (σ. 223-229). Θεσσαλονίκη: Κέντρο Ελληνικής Γλώσσας.
- Πρόγραμμα Σπουδών της Νεοελληνικής Γλώσσας στις Α', Β' και Γ' τάξεις Λυκείου». (2022). Ανακτήθηκε στις 21 Απριλίου 2025, από: <https://www.iep.edu.gr/el/nea-ps-provoli>
- Σαλτίδου, Θ. (2020). Μεταπραγματολογικά στερεότυπα και κυρίαρχες κατασκευές της ηλικίας σε συνεντεύξεις τηλεθεατών. *Μελέτες για την ελληνική γλώσσα*, 40, 425-434.
- Σαλτίδου, Θ., & Στάμου, Α. (2017). «Κάν' το όπως οι νέοι!»: Τα νεανικά ιδιώματα ως υφολογικοί πόροι μεσήλικων και ηλικιωμένων και η κατασκευή της νεανικότητας στον τηλεοπτικό μυθοπλαστικό λόγο. Στο Ζ. Γαβριηλίδου, Μ. Κωνσταντινίδου, Ν. Μαυρέλος, Ι. Ντεληγιάννης, Ι. Παπαδοπούλου & Γ. Τσομής (Επιμ.), *Ταυτότητες: Γλώσσα και Λογοτεχνία. Πρακτικά του διεθνούς συνεδρίου για τα 20 χρόνια λειτουργίας του τμήματος Ελληνικής Φιλολογίας του Δ.Π.Θ.* (σ. 276-295). Καβάλα: Σαΐτα.
- Στάμου, Α. (2012). Αναπαραστάσεις της κοινωνιογλωσσικής πραγματικότητας στα κείμενα μαζικής κουλτούρας: Αναλυτικό πλαίσιο για την ανάπτυξη της κριτικής γλωσσικής επίγνωσης. *Γλωσσολογία/Glossologia*, 20, 19-38.
- Στάμου, Α., Αρχάκης, Α., & Πολίτης, Π. (2016). Γλωσσική ποικιλότητα και κριτικοί γραμματισμοί στον λόγο της μαζικής κουλτούρας: Χαρτογραφώντας το πεδίο. Στο Α. Στάμου, Π. Πολίτης & Α. Αρχάκης (Επιμ.), *Γλωσσική ποικιλότητα και κριτικοί γραμματισμοί στον λόγο της μαζικής κουλτούρας: Εκπαιδευτικές προτάσεις για το γλωσσικό μάθημα* (σ. 13-56). Καβάλα: Σαΐτα.
- Τσάκωνα, Β. (2013). *Η κοινωνιογλωσσολογία του χιούμορ*. Αθήνα: Εκδόσεις Γρηγόρη.
- Τσάκωνα, Β. (2014α). "Τ' αβγά παίρνω μόνη μου;" Κριτικός γραμματισμός, επαγγελματικές συνδιαλλαγές και ευγένεια. *Γλωσσολογία/Glossologia*, 22, 14-39.
- Τσάκωνα, Β. (2014β). Ανάλυση χιουμοριστικού λόγου. Στο Μ. Γεωργαλίδου, Μ. Σηφιανού & Β. Τσάκωνα (Επιμ.), *Ανάλυση λόγου: Θεωρία και εφαρμογές* (σ. 295-324). Αθήνα: Νήσος.
- Τσιπλάκου, Σ. (2007). Γλωσσική ποικιλία και κριτικός εγγραμματισμός: Συσχετισμοί και παιδαγωγικές προεκτάσεις. Στο Η. Ματσαγγούρας (Επιμ.), *Σχολικός εγγραμματισμός: Λειτουργικός, κριτικός και επιστημονικός* (σ. 466-511). Αθήνα: Γρηγόρης.
- Φτερνιάτη, Α., Τσάμη, Β., & Αρχάκης, Α. (2016). Τηλεοπτικές διαφημίσεις και γλωσσική ποικιλότητα: Προτάσεις κριτικής γλωσσικής διδασκαλίας. *Προσχολική & Σχολική Εκπαίδευση*, 4(1), 85-100.

## Παράρτημα

### Συμβάσεις απομαγνητοφώνησης:

- |  |   |
|--|---|
| (( )) μεταγλωσσικά ή άλλα σχόλια του αναλυτή | (.) σύντομη παύση                             |
| (x) ακατανόητη λέξη ή φράση                  | <u>λέξη</u> (υπογράμμιση) υψηλός επιτονισμός, |
| : επιμήκυνση συλλαβής                        | > λέξη <: γρήγορη εκφορά                      |

## Η μαθητική ερώτηση ως εργαλείο μάθησης στην εποχή της Τεχνητής Νοημοσύνης: Διδακτικό σενάριο στη Φιλοσοφία

Παρασκευή Ακριτίδου  
[parakritidou@yahoo.gr](mailto:parakritidou@yahoo.gr)

Φιλολόγος ΠΕ02, 4<sup>ο</sup> ΓΕΛ Καλαμάτας

**Περίληψη.** Η παρούσα εργασία διερευνά τη διδακτική αξιοποίηση των μαθητικών ερωτήσεων, αντιπαραβάλλοντας την υποβολή ερωτήσεων από το μαθητικό κοινό με τη στρατηγική του *prompt engineering* στο πλαίσιο της χρήσης Τεχνητής Νοημοσύνης (TN) στην εκπαίδευση. Εστιάζει στην καλλιέργεια της κριτικής και δημιουργικής σκέψης των μαθητών μέσα από τη διατύπωση υψηλού επιπέδου ερωτημάτων, τα οποία καθίστανται αφετηρία της μαθησιακής διαδικασίας. Υιοθετείται ένα διδακτικό σενάριο εφαρμοσμένο στο μάθημα της Φιλοσοφίας της Β΄ Λυκείου, το οποίο αξιοποιεί την τεχνολογία ChatGPT ως μέσο διερεύνησης και απάντησης των μαθητικών αποριών. Η μεθοδολογία περιλαμβάνει βιωματικές δραστηριότητες, ομαδοσυνεργατική μάθηση και αξιολόγηση της διδακτικής εμπειρίας μέσω ερωτηματολογίων. Τα αποτελέσματα δείχνουν θετική αποδοχή από τους μαθητές, ενίσχυση του ενδιαφέροντος για το μάθημα και ανάπτυξη μεταγνωστικών δεξιοτήτων. Η έρευνα καταλήγει στη διαπίστωση ότι η ενεργή συμμετοχή των μαθητών μέσω ερωτήσεων ενισχύει τη μαθησιακή εμπλοκή και ότι η TN μπορεί να λειτουργήσει υποστηρικτικά, χωρίς να υποκαθιστά τον ρόλο του/της εκπαιδευτικού.

**Λέξεις κλειδιά:** μαθητική ερώτηση, φιλοσοφική σκέψη, τεχνητή νοημοσύνη, ChatGPT, *prompt engineering*, διδακτικό σενάριο

### Εισαγωγή

Η εργασία διερευνά τη διδακτική αξιοποίηση της μαθητικής ερώτησης ως μέσου ενίσχυσης της κριτικής σκέψης και της μαθησιακής εμπλοκής. Εστιάζει στη σχέση της με το *prompt engineering* και τη χρήση της Τεχνητής Νοημοσύνης στην εκπαιδευτική διαδικασία. Παρουσιάζεται ένα διδακτικό σενάριο στο μάθημα της Φιλοσοφίας στη Β΄ Λυκείου, όπου οι μαθητές δημιουργούν και επεξεργάζονται ερωτήσεις αξιοποιώντας το ChatGPT. Τα αποτελέσματα δείχνουν υψηλό ενδιαφέρον, ενεργή συμμετοχή και θετική στάση απέναντι στη νέα μεθοδολογία. Η εμπειρία ανέδειξε τη σημασία της αυθεντικής ερώτησης και της τεχνολογικής διαμεσολάβησης στη σύγχρονη μαθησιακή πραγματικότητα.

### Επισκόπηση της βιβλιογραφίας

Η υπάρχουσα ελληνόγλωσση βιβλιογραφία εστιάζει περισσότερο στις διδακτικές ερωτήσεις του/της εκπαιδευτικού (Βαϊνάς, 1998; Βρεττός, 2016; Βώρος, 2005; Γιοκαρίνης, 1988; Θεοφιλίδης, 1988; Κωνσταντίνου & Μίχος, 1997; Μαστρογιάννης, 2021; Ματσαγγούρας, 1987; Μπερερής & Τρούκη, 2009; Πόπα, 2015; Μαύρου, 2018; Τσολακίδου, 1995). Λιγότερο ενδιαφέρον συγκεντρώνουν οι ερωτήσεις που προέρχονται από το μαθητικό κοινό. Αφορμή για την παρούσα εργασία στάθηκε το άρθρο του Χανιωτάκη (2007), στο οποίο γίνεται αναφορά στην αξία της μαθητικής ερώτησης.

Σύμφωνα με την υπάρχουσα ξενόγλωσση βιβλιογραφία για τις μαθητικές ερωτήσεις (*student-generated questions*) (ενδεικτικά, Aflalo, 2021; Almeida, 2012; Bowker, 2010; Chin & Osborne, 2008; Maplethorpe et al., 2022; McGrew, 2005; Musingafi & Muranda, 2014), οι μαθητικές ερωτήσεις κατέχουν και πρέπει να κατέχουν κεντρικό ρόλο στη μάθηση. Επομένως, η εκμείευσή τους προκρίνεται για τους παρακάτω λόγους:

- ενισχύουν τον διάλογο, τον γόνιμο προβληματισμό και την αντιπαράθεση
- προωθούν τη συμμετοχικότητα και την ομαδοσυνεργατικότητα
- αποκαλύπτουν τις μαθησιακές διαδικασίες, το επίπεδο και τις δεξιότητες των μαθητών/μαθητριών και την εμπλοκή τους στο μάθημα
- καλλιεργούν την κριτική σκέψη
- προσδίδουν μια χροιά δημιουργικότητας στη μάθηση αλλά και στη γλωσσική διατύπωση, αφού προβάλλεται η πρωτότυπη σκέψη των μαθητών/μαθητριών
- εξάπτουν το ενδιαφέρον και την περιέργεια των μαθητών/μαθητριών
- κινητοποιούν/εμπλέκουν το μαθητικό κοινό στη διδασκαλία / καθιστούν μαθητοκεντρική τη μαθησιακή διαδικασία
- παρέχουν ερεθίσματα που μπορεί να μην προέκυπταν σε μια δασκαλοκεντρικά οργανωμένη διδασκαλία
- προσδίδουν στους μαθητές/στις μαθήτριες την αίσθηση ανεξαρτησίας/αυτονομίας/αυτενέργειας και ελέγχου της μάθησής τους
- ενεργοποιούν τις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών/μαθητριών (εποικοδομισμός)
- συντελούν στην επίλυση των αποριών των μαθητών/μαθητριών / τους βοηθούν να εστιάσουν στο τι θέλουν να μάθουν
- συντελούν στην επίλυση παρεξηγήσεων και παρανοήσεων
- οδηγούν σε σκέψη ανώτερου επιπέδου
- βοηθούν τους μαθητές/τις μαθήτριες να αναγνωρίσουν τη διασύνδεση των σκέψεών τους αναπτύσσοντας μεταγνωστικές στρατηγικές
- συντελούν στη βελτίωση της ικανότητας των μαθητών/μαθητριών να διατυπώνουν ερωτήσεις
- ενισχύουν τη διερευνητικότητα/το ερευνητικό πνεύμα
- εξασκούν το μαθητικό κοινό στη χρήση της γλώσσας
- αυξάνουν την επικέντρωση της προσοχής των μαθητών/μαθητριών
- διευκολύνουν τους μαθητές/τις μαθήτριες να οργανώσουν καλύτερα τα δεδομένα και τις ιδέες τους
- προσδίδουν αυτοπεποίθηση και αυτοεκτίμηση στους μαθητές/στις μαθήτριες
- οι «καλές»/παραγωγικές ερωτήσεις προωθούν τη μάθηση
- προωθούν την ευγενή άμιλλα μεταξύ μαθητών/μαθητριών
- καθοδηγούν τους/τις εκπαιδευτικούς

- προσδίδουν «φρεσκάδα» στη μαθησιακή διαδικασία
- προκαλούν την απόλαυση/τη χαρά της ανακάλυψης στους μαθητές/στις μαθήτριες
- ενισχύουν την ενσυναίσθηση των μαθητών/μαθητριών, αφού α) έρχονται στη θέση του/της εκπαιδευτικού και αντιλαμβάνονται τους προβληματισμούς του/της όταν προβαίνει στη διατύπωση ερωτήσεων προς το μαθητικό κοινό, β) μοιράζονται τις απορίες των συμμαθητών/συμμαθητριών τους και τον τρόπο θέασης του θέματος
- εξατομικεύουν τη μάθηση, αφού κάθε μαθητής/μαθήτρια υποβάλλει διαφορετικά ερωτήματα που τον/την ενδιαφέρουν προσωπικά και έτσι προσαρμόζεται η διδασκαλία στο γενικότερο επίπεδο γνώσεων και δεξιοτήτων της τάξης
- διευρύνουν τους πνευματικούς ορίζοντες / βελτιώνουν το ακαδημαϊκό επίπεδο των μαθητών/μαθητριών
- προκαλούν τους μαθητές/τις μαθήτριες να θέσουν στον/στην εκπαιδευτικό «δύσκολες ερωτήσεις»
- ενθαρρύνουν την ελεύθερη έκφραση και προβάλλουν τον σεβασμό της γνώμης του άλλου και την αποδοχή του διαφορετικού
- υποστηρίζουν την ανάπτυξη της προσωπικότητας των μαθητών/μαθητριών εστιάζοντας στο σημαντικό για το άτομο και για το σύνολο χάρη στην ποικιλία τους
- βελτιώνουν το κλίμα και τη σχέση μαθητών/μαθητριών και εκπαιδευτικού.

Παρά τα παραπάνω αναγνωρισμένα πλεονεκτήματα, υπάρχουν συγκεκριμένοι λόγοι για τους οποίους οι μαθητικές ερωτήσεις δεν ενθαρρύνονται από τους/τις εκπαιδευτικούς και είναι οι εξής (Suron & Wolf, 1993):

- η αδυναμία των εκπαιδευτικών να ταξινομήσουν και να διαχειριστούν τις μαθητικές ερωτήσεις
- η ανησυχία των εκπαιδευτικών για την οργάνωση του διδακτικού χρόνου
- ο φόβος των εκπαιδευτικών για την απώλεια ελέγχου στη διδακτική διαδικασία
- η αγωνία των εκπαιδευτικών να ολοκληρώσουν τη διδακτέα ύλη
- η έλλειψη γνώσης των εκπαιδευτικών για το πώς εφαρμόζεται στην πράξη η διδασκαλία βάσει των μαθητικών ερωτήσεων στην τάξη.

Για να αξιοποιήσουν τις μαθητικές ερωτήσεις, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να αλλάξουν τη διδακτική τους νοοτροπία και να είναι πρόθυμοι/πρόθυμες να δοκιμάσουν καινοτόμες λύσεις. Προς αυτήν την κατεύθυνση κινείται το παρακάτω προτεινόμενο διδακτικό σενάριο.

## To ChatGPT

Το ChatGPT είναι ένα εξελιγμένο διαλεκτικό σύστημα παραγωγικής τεχνητής νοημοσύνης που προσφέρει δυνατότητες συνομιλίας σε πραγματικό χρόνο με τους χρήστες του (Τσιωτάκης, 2023). Είναι θεμιτή η εκπαιδευτική του χρήση, όπως τεκμηριώνεται από σχετικά εγχειρίδια (Γαβριηλίδου, 2024). Η αποτελεσματικότητα και η ποιότητα των απαντήσεων που παρέχει το ChatGPT στο μαθητικό κοινό εξαρτώνται από τις προτροπές που δίνονται. Γι' αυτό οι χρήστες πρέπει να αναπτύξουν δεξιότητες στη μηχανική προτροπών (*prompt engineering*), ώστε να είναι ικανοί να δημιουργούν σαφείς και περιεκτικές προτροπές, που θα τους δώσουν

ποιοτικό περιεχόμενο, ανώτερο από τις επιφανειακές απαντήσεις που συχνά παράγονται από απλές εντολές (Τσιωτάκης, 2023).

Ο όρος *prompt* αναφέρεται στο κείμενο, ερώτηση, εντολή ή προτροπή που εισάγει ο χρήστης και το μοντέλο χρησιμοποιεί ως είσοδο για να δημιουργήσει την απάντησή του (Τσιωτάκης, 2023). Ο όρος *prompt engineering* αναφέρεται στην τεχνική της διαμόρφωσης και βελτίωσης των προτροπών που δίνονται σε ένα μοντέλο παραγωγικής τεχνητής νοημοσύνης, ώστε να βελτιστοποιηθούν οι αποδόσεις του (Τσιωτάκης, 2023). Για αποτελεσματικές απαντήσεις, ο χρήστης οφείλει να κατανοεί το πλαίσιο της συζήτησης με τη μηχανή τεχνητής νοημοσύνης, όπως τον σκοπό της συζήτησης και το κοινό στο οποίο απευθύνονται οι απαντήσεις (Τσιωτάκης, 2023).

Κάποια από τα χαρακτηριστικά των σωστών και αποτελεσματικών προτροπών αφορούν: τη σαφήνεια, την εστίαση, τον τόνο και το ύφος, τη στόχευση της απάντησης, το πλαίσιο και τους περιορισμούς, την απόδοση ρόλου, τα παρεχόμενα από τον χρήστη παραδείγματα, τη γλώσσα και την ορολογία, το κοινό στο οποίο απευθύνεται η απάντηση, τη μορφή και την έκταση της απάντησης (Τσιωτάκης, 2023). Χρήσιμες πληροφορίες για τον τρόπο εισαγωγής προτροπών γενικά στο ChatGPT αντλήθηκαν και από τον φορέα *The Tipping Point & 100mentors* (2024) σε αντίστοιχο επιμορφωτικό σεμινάριο.

## Μεθοδολογία

Η παρούσα εργασία ενσωματώνει μελέτη περίπτωσης (case study) στο πλαίσιο της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, με στόχο τη διερεύνηση της αξιοποίησης της μαθητικής ερώτησης και της Τεχνητής Νοημοσύνης (TN) στη διδακτική πράξη. Συγκεκριμένα, σχεδιάστηκε και εφαρμόστηκε ένα διδακτικό σενάριο στο μάθημα «Αρχές Φιλοσοφίας» της Β΄ τάξης Λυκείου (τμήματα Β1 και Β2 του 4<sup>ου</sup> ΓΕΛ Καλαμάτας), διάρκειας τεσσάρων διδακτικών ωρών.

Η μεθοδολογία περιλάμβανε τις εξής φάσεις:

1. Εισαγωγή στη μαθητική ερώτηση και ταξινόμησή της (θεωρητικό και πρακτικό πλαίσιο).
2. Καλλιέργεια της ερωτηματικής στάσης μέσω καταιγισμού ιδεών και διατύπωση ερωτήσεων σχετικών με τη φιλοσοφία από το μαθητικό κοινό.
3. Αξιοποίηση της Τεχνητής Νοημοσύνης (ChatGPT) για την επεξεργασία και απάντηση των ερωτήσεων στο Εργαστήριο Πληροφορικής, με έμφαση στην τεχνική του *prompt engineering*.
4. Συζήτηση και αναστοχασμός στην ολομέλεια, με παρουσίαση απαντήσεων και συνολική ερμηνεία των μαθησιακών εμπειριών.

Η συλλογή δεδομένων πραγματοποιήθηκε μέσω γραπτού ερωτηματολογίου (φύλλο αξιολόγησης) που συμπληρώθηκε από 42 μαθητές/μαθήτριες μετά την ολοκλήρωση του σεναρίου. Η ανάλυση των δεδομένων έγινε ποιοτικά, με βάση τις κατηγορίες απαντήσεων που προέκυψαν από τις ανοικτές ερωτήσεις.

## Αποτελέσματα

Η ανάλυση των μαθητικών απαντήσεων στο ερωτηματολόγιο κατέδειξε γενικά θετική στάση απέναντι στο διδακτικό σενάριο και στην εμπλοκή της Τεχνητής Νοημοσύνης στην εκπαιδευτική διαδικασία. Τα κυριότερα ευρήματα είναι τα εξής:

- **Εμπειρία συμμετοχής:** Οι μαθητές/μαθήτριες περιέγραψαν τη διαδικασία ως ενδιαφέρουσα, διαδραστική, δημιουργική και εναλλακτική. Χρησιμοποίησαν θετικούς χαρακτηρισμούς όπως «εποικοδομητική», «πρωτόγνωρη», «συναρπαστική».
- **Αναγνώριση της αξίας της ΤΝ:** Η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών σημείωσε ότι κατανόησε καλύτερα την έννοια της φιλοσοφίας μέσω της διαμεσολάβησης του ChatGPT και ανέπτυξε δεξιότητες διατύπωσης ερωτήσεων.
- **Ανάπτυξη μεταγνωστικών δεξιοτήτων:** Οι μαθητές/μαθήτριες ανέφεραν ότι το σενάριο τους βοήθησε να αναστοχαστούν επί των αποριών τους, να εμβαθύνουν θεωρητικά και να κατανοήσουν πώς τίθενται αποτελεσματικά ερωτήματα.
- **Σύγκριση μαθητικών έναντι εκπαιδευτικών ερωτήσεων:** Η πλειονότητα (28 από τους 43) θεώρησε σημαντικότερες τις μαθητικές ερωτήσεις, καθώς αντανακλούν τα προσωπικά ενδιαφέροντα, ενισχύουν τη μάθηση και είναι πηγή αυθεντικής απορίας.
- **Χρήση ΤΝ ως εργαλείο, όχι υποκατάστατο:** Παρότι αναγνωρίστηκε η χρησιμότητα της ΤΝ, οι μαθητές/μαθήτριες σε μεγάλο βαθμό απέρριψαν την ιδέα αντικατάστασης του/της εκπαιδευτικού, επικαλούμενοι/επικαλούμενες την ανάγκη για ανθρώπινη επαφή, καθοδήγηση και συναισθηματική σύνδεση.
- **Προτάσεις βελτίωσης:** Αφορούσαν την καλύτερη οργάνωση του χρόνου, την προσθήκη οπτικοακουστικού υλικού και τη μικρότερη σύνθεση ομάδων.

## Αναφορές

- Aflalo, E. (2021). Students generating questions as a way of learning. *Active Learning in Higher Education*, 22(1), 63-75. Retrieved July 15, 2024, from <https://journals.sagepub.com/doi/epub/10.1177/1469787418769120>
- Almeida, P. A. (2012). Can I ask a question? The importance of classroom questioning. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 31, 634-638. Retrieved July 15, 2024, from <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.12.116>
- Bowker, M. H. (2010). Teaching students to ask questions instead of answering them. *Thought and Action: The NEA Higher Education Journal*, 26, 127-134. Retrieved July 15, 2024, from <https://katherinecadwell.wordpress.com/wp-content/uploads/2016/10/teaching-students-to-ask-rather-than-answer-questions.pdf>
- Chin, C., & Osborne, J. (2008). Students' questions: a potential resource for teaching and learning science. *Studies in Science Education*, 44(1), 1-39. Retrieved July 15, 2024, from <https://doi.org/10.1080/03057260701828101>
- Maplethorpe, L., Kim, H., Hunte, M. R., Vincett, M., & Jang, E.E. (2022). Student-generated questions in literacy education assessment. *Journal of Literacy Research*, 54(1), 74-97. Retrieved July 15, 2024, from <https://journals.sagepub.com/doi/epub/10.1177/1086296X221076436>
- McGrew, S. (2005). Student questions in an intermediate Modern Hebrew classroom. *Working Papers in Educational Linguistics*, 21/1, 61-78. Retrieved July 15, 2024, from [https://wpel.gse.upenn.edu/sites/default/files/archives/v21/v21n1\\_McGrew.pdf](https://wpel.gse.upenn.edu/sites/default/files/archives/v21/v21n1_McGrew.pdf)

- Musingafi, C.M.C., & Muranda, E.K. (2014). Students and questioning: a review of the role played by students generated questions in the teaching and learning process. *Studies in Social Sciences and Humanities*, 1(3), 101-107. Retrieved July 15, 2024, from [https://www.researchgate.net/publication/266642652\\_Students\\_and\\_Questioning\\_A\\_Review\\_of\\_the\\_Role\\_Played\\_By\\_Students\\_Generated\\_Questions\\_in\\_the\\_Teaching\\_and\\_Learning\\_Process](https://www.researchgate.net/publication/266642652_Students_and_Questioning_A_Review_of_the_Role_Played_By_Students_Generated_Questions_in_the_Teaching_and_Learning_Process)
- Supon, V., & Wolf, P. (1993). Tearing down walls to promote student-generated questions. *Guides – Classroom Jse – Teaching Guides (for Teacher)*. Retrieved July 15, 2024, from <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED361336.pdf>
- Βαϊνιάς, Κ. (1998) *Η ερώτηση ως μέσο αγωγής της σκέψης. Αποδεικτική απόπειρα με ιδιαίτερη έμφαση στη διδασκαλία του μαθήματος των Μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg.
- Βρεττός, Ι. (2016). *Εκπαίδευση και επιμόρφωση των εκπαιδευτικών: Άσκηση με μικροδιδασκαλία και μικρομαθήματα (Σημειώσεις για το μεταπτυχιακό πρόγραμμα «Εφαρμοσμένη Παιδαγωγική»)*. ΕΚΠΑ. Ανακτήθηκε στις 6 Ιανουαρίου 2024, από <https://eclass.uoa.gr/modules/document/?course=PRIMEDU394>
- Βώρος, Φ. Κ. (2005). *Η αξία της ερώτησης στη διδακτική πράξη (Για την αξία της ερώτησης στη διδακτική πράξη ή Ποια η αξία της ερώτησης στη διδακτική πράξη;)*. Ανακτήθηκε στις 6 Ιανουαρίου 2024, από [www.voros.gr](http://www.voros.gr)
- Γαβριηλίδου, Ζ. (2024). *Διδάσκοντας και μαθαίνοντας γλώσσα με το ChatGPT*. Αθήνα: Κριτική.
- Γιοκαρίνης, Κ. (1988). *Η τεχνική των ερωτήσεων στη διδακτική πράξη και αξιολόγηση*. Δράμα: Επέκταση.
- Θεοφιλίδης, Χ. (1988). *Η τέχνη των ερωτήσεων*. Αθήνα: Γρηγόρης.
- Κωνσταντίνου, Χ., & Μίχος, Ν. (1997). *Η ποιότητα των ερωτήσεων και της παιδαγωγικής επικοινωνίας στη μαθησιακή διαδικασία*. χ. ε. Ανακτήθηκε στις 17 Ιουλίου 2024, από <https://olympias.lib.uoi.gr/jspui/bitstream/123456789/6001/1/8.%CE%B7%20CF%80%CE%BF%CE%B9%CE%BF%CF%84%CE%B7%CF%84%CE%B1%20CF%84%CF%89%CE%BD%20%CE%B5%CF%81%CF%89%CF%84%CE%B7%CF%83%CE%B5%CF%89%CE%BD%20%CE%BA%CE%B1%CE%B9%20%20CF%84%CE%B7%CF%82%20CF%80%CE%B1%CE%B9%CE%B4%CE%B1%CE%B3%CF%89%CE%B3%CE%B9%CE%BA%CE%B7%CF%82.pdf>
- Μαστρογιάννης, Α. (2021). Ερωτήσεις εκπαιδευτικών και μαθητών: Μια διερευνητική και μεταγνωστική ...μαθησιακή σκυταλοδρομία. *Έρκυνα, Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών - Επιστημονικών Θεμάτων*, Τεύχος 22, 57-77. Ανακτήθηκε από <http://www.erkyna.gr>
- Ματσαγγούρας, Η. (1987). Οι αντιδράσεις του δασκάλου στις απαντήσεις των μαθητών. *Διαπιστώσεις και υποδείξεις. Παιδαγωγική επιθεώρηση*, 19, 5-21. Ανακτήθηκε στις 15 Ιουλίου 2024, από <https://uoa.academia.edu/%CE%97%CE%BB%CE%AF%CE%B1%CF%82%CE%9C%CE%B1%CF%84%CF%83%CE%B1%CE%B3%CE%B3%CE%BF%CF%8D%CF%81%CE%B1%CF%82>
- Μαύρου, Ε. (2018). *Η χρήση της ερώτησης στη διδακτική πράξη*. Διπλωματική εργασία. Πανεπιστήμιο Αιγαίου. Ανακτήθηκε στις 15 Ιουλίου 2024, από <http://hdl.handle.net/11610/19108>
- Μπερέρης, Π., & Τρούκη, Ε. (2009). *Λόγος και επικοινωνία στην εκπαιδευτική πράξη. Ρητά και άρρητα μηνύματα κατά τη διαμόρφωση του επικοινωνιακού κλίματος στη σχολική τάξη*. Αθήνα: Καστανιώτης.
- Πόπα, Μ. (2015). *Η τεχνική των ερωτήσεων στη σχολική θρησκευτική αγωγή*. Διπλωματική εργασία. Θεσσαλονίκη, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης. Ανακτήθηκε στις 15 Ιουλίου 2024, από <https://ikee.lib.auth.gr/record/288556/files/GRI-2017-18943.pdf>
- Τσιωτάκης, Π. (2023). *Το ChatGPT για εκπαιδευτικούς και μαθητές. Πρακτική εφαρμογή και παραδείγματα*. Αθήνα: Σαββάλας.
- Τσολακίδου, Κ. (1995). *Η ερώτηση στη διδασκαλία*. Διδακτορική διατριβή. Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης. Ανακτήθηκε στις 15 Ιουλίου 2024, από <https://thesis.ekt.gr/thesisBookReader/id/8925#page/1/mode/2up>
- Χανιωτάκης, Ν. (2007). Λεκτική επικοινωνία στη σχολική τάξη: η ερώτηση του μαθητή. *Ερευνώντας τον κόσμο του παιδιού*, 7, 206–225. Ανακτήθηκε στις 15 Ιουλίου 2024, από <https://doi.org/10.12681/icw.18232>

## Παράρτημα

### A. Ταξινόμηση ερωτήσεων

Ως προς την εκφραστική μορφή της ερώτησης	
Προφορικές ερωτήσεις	Γραπτές ερωτήσεις

Ως προς το εύρος αναφοράς της ερώτησης	
Γενικές ερωτήσεις	Ειδικές ερωτήσεις

Ως προς τη δυσκολία		
Απλές ερωτήσεις	Μέτριες ερωτήσεις	Δύσκολες ερωτήσεις

Ως προς τη χρησιμοποιούμενη ερωτηματική λέξη
(πόσα, ποια η σχέση, πού, τι μορφή, γιατί, ποια συνέπεια, τι είδους, ...)

Ως προς τον σκοπό που επιδιώκει με την ερώτηση ο/η εκπαιδευτικός
Να παρακινήσει τους μαθητές/τις μαθήτριες σε εργασία
Να προκαλέσει έκπληξη
Να ενθαρρύνει
Να προτρέψει τους μαθητές/τις μαθήτριες σε συνεργασία μεταξύ τους
Να βοηθήσει
Να διαγνώσει ενδιαφέροντα και ικανότητες των μαθητών/μαθητριών
Να επιβεβαιώσει υποθέσεις σχετικά με τη διδασκαλία
Να αξιολογήσει
Να συμβουλευτεί
Να κάνει τους μαθητές/τις μαθήτριες να συνειδητοποιήσουν το λάθος τους
Να δημιουργήσει απορίες και αμφιβολίες
Να δώσει ερεθίσματα
Να ανακαλέσει στους μαθητές/στις μαθήτριες εμπειρίες συγγενείς προς τη νέα γνώση ή τις ικανότητες και δεξιότητες που πρόκειται να καλλιεργηθούν

<b>Ως προς τη φάση διδασκαλίας-μάθησης</b>
Ερωτήσεις δημιουργίας κινήτρων μάθησης
Ερωτήσεις που συγκεκριμενοποιούν το πρόβλημα ή το θέμα επεξεργασίας
Ερωτήσεις για τον εντοπισμό της δυσκολίας του προς επεξεργασία θέματος
Ερωτήσεις σχετικά με την υπέρβαση της δυσκολίας
Ερωτήσεις αναδρομής στο πρόβλημα και επισήμανσης των κυριότερων σημείων
Ερωτήσεις σχετικές με την επεξεργασία της κατακτημένης γνώσης ή ερωτήσεις που παρακινούν τον μαθητή/τη μαθήτριά σε διαφορετική θεώρηση αυτού που έμαθε
Ερωτήσεις σχετικές με άσκηση ή επανάληψη των διδαχθέντων

<b>Ως προς την αυτενέργεια που προκαλούν ή όχι στους μαθητές/στις μαθήτριες</b>	
Ερωτήσεις που η απάντησή τους προέρχεται από την πείρα και τις γνώσεις των μαθητών/μαθητριών	Ερωτήσεις που η απάντηση θα είναι αποτέλεσμα μιας αυτενεργού, βαθύτερης ερευνητικής σκέψης ( <i>γνήσιες διδακτικές ερωτήσεις</i> )

<b>Ως προς τη νοητική λειτουργία που διεγείρουν</b>	
Ερωτήσεις που ανταποκρίνονται στις χαμηλές νοητικές λειτουργίες (ανάμνηση ή ανάκληση γνώσης, κατανόηση)	Ερωτήσεις που ανταποκρίνονται στις ανώτερες νοητικές λειτουργίες (αναλυτική σκέψη, συνθετική σκέψη, αξιολογική κρίση, εφαρμογή) / Ερωτήσεις κρίσης / Ερωτήσεις με συγκλίνουσα σκέψη / Ερωτήσεις με αποκλίνουσα σκέψη

<b>Ως προς τον κλειστό ή ανοιχτό χαρακτήρα της ερώτησης</b>	
Κλειστές ερωτήσεις (ξεκινούν: ποιος, πότε, πού, τι έκανε..., τι είπε...) (απαιτούν σύντομες και προβλέψιμες απαντήσεις)	Ανοιχτές ερωτήσεις (επιτρέπουν την υποβολή της προσωπικής γνώμης, τη διατύπωση υποθέσεων και την προβολή επιχειρημάτων και έχουν απαντήσεις εκτενείς, απρόβλεπτες και με το προσωπικό στίγμα του μαθητή/της μαθήτριας) (ξεκινούν: γιατί, σχολιάστε, ποια είναι η γνώμη σας..., συγκρίνετε, χαρακτηρίστε) (επιδέχονται ευφάνταστες απαντήσεις)

<b>Ως προς το είδος του ζητούμενου της ερώτησης</b>
Περιγραφικές ερωτήσεις
Διευκρινιστικές ερωτήσεις
Ερωτήσεις εξαγωγής συμπεράσματος ή συμπερασμάτων / συμπερασματικές
Ερωτήσεις σύγκρισης
Ερωτήσεις εφαρμογής εννοιών, αρχών, κανόνων, θεωρημάτων
Ερωτήσεις παρατήρησης
Ερωτήσεις απόδειξης
Ερωτήσεις διερεύνησης-εξέτασης
Ερωτήσεις έμφασης

<b>Πανεπιστήμιο Stanford – ταξινόμηση</b>	
1. Πραγματολογικές-περιγραφικές ερωτήσεις	2. Διερευνητικές ερωτήσεις <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ζήτηση επεξηγήσεων</li> <li>• Προβληματισμός του μαθητή/της μαθήτριας</li> <li>• Επαναφορά της ερώτησης</li> <li>• Ανάμειξη άλλου μαθητή/άλλης μαθήτριας</li> </ul>
3. Ερωτήσεις που καλλιεργούν την κρίση Ερωτήσεις που σχετίζονται με αξιολόγηση Ερωτήσεις που σχετίζονται με εξαγωγή συμπερασμάτων Ερωτήσεις που σχετίζονται με σύγκριση Ερωτήσεις που σχετίζονται με εφαρμογή εννοιών ή αρχών Ερωτήσεις που σχετίζονται με λύση προβλήματος Ερωτήσεις που σχετίζονται με αιτίες και αποτελέσματα	4. Ερωτήσεις με αποκλίνουσα σκέψη (καλλιεργούν τη δημιουργικότητα και την πρωτοτυπία και απαιτούν ολοκληρωμένες απαντήσεις, δεν έχουν μία και μόνη ορθή απάντηση, what if questions)

Μοντέλο νοητικών λειτουργιών του Guilford	
1. Γνωσιολογικές ερωτήσεις ή ερωτήσεις μνήμης	2. Ερωτήσεις με συγκλίνουσα σκέψη (συσχετισμός πληροφοριών, χρήση λογικής)
3. Ερωτήσεις με αποκλίνουσα σκέψη (απαιτούν δημιουργικότητα και φαντασία)	4. Ερωτήσεις αξιολογικής κρίσης (καλλιεργούν την ορθολογική σκέψη)

Ταξινομία Bloom στον γνωσιολογικό τομέα	
1.	Ερωτήσεις που εμπίπτουν στο επίπεδο ΓΝΩΣΗ
2.	Ερωτήσεις που εμπίπτουν στο επίπεδο ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ
3.	Ερωτήσεις που εμπίπτουν στο επίπεδο ΕΦΑΡΜΟΓΗ
4.	Ερωτήσεις που εμπίπτουν στο επίπεδο ΑΝΑΛΥΣΗ
5.	Ερωτήσεις που εμπίπτουν στο επίπεδο ΣΥΝΘΕΣΗ
6.	Ερωτήσεις που εμπίπτουν στο επίπεδο ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Πηγές:

Θεοφιλίδης, Χ. (1988). *Η τέχνη των ερωτήσεων*. Αθήνα: Γρηγόρης.

Βαϊνάς, Κ. (1998). *Η ερώτηση ως μέσο αγωγής της σκέψης. Αποδεικτική απόπειρα με ιδιαίτερη έμφαση στη διδασκαλία του μαθήματος των Μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg.

**B. Οδηγίες για τη χρήση του ChatGPT**

Οι οδηγίες που δόθηκαν στους μαθητές/στις μαθήτριες για το πώς θα υποβάλουν μια ερώτηση στο ChatGPT προέρχονται από τις σημειώσεις της επιμόρφωσης που αντλήθηκαν από τον φορέα *The Tipping Point & 100mentors* (2024). Μια ολοκληρωμένη ερώτηση πρέπει να έχει την εξής μορφή (μαζί με το παράδειγμα για τη συγκεκριμένη διδακτική πρόταση):

- ΡΟΛΟΣ: Δράσε ως φιλόλογος που διδάσκει Αρχές Φιλοσοφίας στη Β΄ Λυκείου.
- ΑΠΟΔΕΚΤΗΣ: Η απάντησή σου στοχεύει σε μαθητές/μαθήτριες της Β΄ Λυκείου που παρακολουθούν το μάθημα Αρχές Φιλοσοφίας.
- ΠΛΑΙΣΙΟ: Το θέμα του μαθήματος είναι εισαγωγικό στην έννοια της Φιλοσοφίας.
- ΑΠΟΣΤΟΛΗ: Η αποστολή σου είναι να απαντήσεις στην ερώτηση: ... (εδώ εισάγετε την ερώτησή σας)
- ΣΤΟΧΟΣ: Στόχος της απάντησης είναι να καλύψεις με ελκυστικό τρόπο το κενό γνώσεων και τα ενδιαφέροντα των μαθητών/μαθητριών που σου κάνουν την ερώτηση, ώστε να γίνει στη συνέχεια μια συζήτηση στην τάξη πάνω στο μάθημα, τις προοπτικές γνώσεων που ανοίγει και τη χρησιμότητά του με αφορμή τις ερωτήσεις των μαθητών συνολικά αλλά και σχετικά με το αν η Τεχνητή Νοημοσύνη μπορεί ή πρέπει να αντικαταστήσει τους/τις εκπαιδευτικούς.
- ΜΟΡΦΗ: Δημιούργησε απαντήσεις συνοπτικές και κατανοητές σε μαθητές/μαθήτριες λυκειακού επιπέδου.

**Γ. Οι ερωτήσεις των μαθητών/μαθητριών στο πλαίσιο του διδακτικού σεναρίου**

Οι ερωτήσεις που σκέφτηκαν και έγραψαν οι μαθητές/μαθήτριες για το συγκεκριμένο διδακτικό σενάριο είναι οι εξής:

- Τι είναι η φιλοσοφία;
- Από πού ξεκίνησε η φιλοσοφία και πότε;
- Ποιοι ήταν οι ιδρυτές / πρώτοι φιλόσοφοι και με τι ασχολήθηκαν;
- Ποια θέματα θίγει η φιλοσοφία;
- Σε τι αποσκοπεί η φιλοσοφία;
- Ποιοι είναι οι κλάδοι της φιλοσοφίας;
- Ποιοι είναι οι πιο σημαντικοί φιλόσοφοι;
- Ποιοι εξέλιξαν τη φιλοσοφία;
- Ποια η σχέση ανάμεσα στη φιλοσοφία και την επιστήμη;
- Πού και πώς συμβάλλει η φιλοσοφία στις έρευνες της επιστήμης;
- Πώς σχετίζεται η ηθική με τη φιλοσοφία;
- Τι σχέση έχει η φιλοσοφία με τη λογική;
- Πώς σχετίζεται η φιλοσοφία με τον στοχασμό;
- Υπήρχαν γυναίκες φιλόσοφοι;
- Ποια είναι η διαφοροποίηση της αρχαίας με τη σύγχρονη φιλοσοφία;
- Υπάρχει σχέση του είναι και του φαίνεσθαι σύμφωνα με τη φιλοσοφία;
- Υπάρχει μοναδική αλήθεια σύμφωνα με τη φιλοσοφία και μπορεί ο άνθρωπος να τη γνωρίσει;
- Ποια είναι η βασική διαφορά της φιλοσοφίας του Αριστοτέλη και του Πλάτωνα;
- Ποιες έννοιες της φιλοσοφίας χρησιμοποιούμε στην καθημερινότητά μας;
- Τι προσφέρει το μάθημα της φιλοσοφίας στο σχολείο;
- Πού μας χρειάζεται η φιλοσοφία; / Πώς μας επηρεάζει η φιλοσοφία στη ζωή μας;
- Πού πιστεύετε ότι θα μπορούσε η φιλοσοφία του Σωκράτη να εφαρμοστεί στην καθημερινή ζωή;
- Πώς η φιλοσοφία βοηθά στην διατήρηση της δημοκρατίας;
- Χρειάζεται πολλές γνώσεις για να φιλοσοφήσει κάποιος/κάποια;
- Τι καθιστά κάποιον φιλόσοφο;
- Αν η φιλοσοφία ήταν συναίσθημα, ποιο θα ήταν;

**Δ. Φύλλο αξιολόγησης του διδακτικού σεναρίου**

1. Περιγράψτε την εμπειρία σας από το συγκεκριμένο διδακτικό σενάριο.
2. Σε τι νομίζετε ότι σας βοήθησε το συγκεκριμένο διδακτικό σενάριο;

3. Θεωρείτε σημαντικότερες τις ερωτήσεις των μαθητών/μαθητριών ή του/της εκπαιδευτικού κατά τη μαθησιακή διαδικασία και γιατί;
4. Ποια ήταν τα αρνητικά σημεία του συγκεκριμένου διδακτικού σεναρίου;
5. Προτείνετε τρόπους βελτίωσης του συγκεκριμένου διδακτικού σεναρίου.
6. Πιστεύετε ότι μετά το συγκεκριμένο διδακτικό σενάριο θα υποβάλλετε περισσότερες ερωτήσεις προς τον/την εκπαιδευτικό ή όχι και γιατί;
7. Σας δημιούργησε περισσότερο ενδιαφέρον το συγκεκριμένο διδακτικό σενάριο για το μάθημα της Φιλοσοφίας;
8. Μπορεί/πρέπει να αντικαταστήσει η Τεχνητή Νοημοσύνη τον/την εκπαιδευτικό ή όχι και γιατί;

## Η αδιάλειπτη συνέχεια της διδασκαλίας των Μαθηματικών στο Βυζάντιο και στην τουρκοκρατούμενη Ελλάδα

Μαρία Χάλκου  
[mchalkou@gmail.com](mailto:mchalkou@gmail.com)

Διδάκτωρ Μαθηματικών του ΕΚΠΑ

**Περίληψη.** Το άρθρο αφορά σε θέματα αριθμητικής, άλγεβρας και γεωμετρίας τα οποία περιέχονται στην έκδοση του Codex Vindobonensis phil. Gr. 65 ff. (11r-126r) του 15<sup>ου</sup> αι. (ΕλλΒιενΜαθΠραγμ.) (Χάλκου, 2006), και του χειρόγραφου 72 του 18<sup>ου</sup> αι. της Ιστορικής Βιβλιοθήκης Δημητσάνας (Χάλκου, 2009). Το ενδιαφέρον κατά τη μελέτη των 2 χειρόγραφων εστιάστηκε κυρίως στη μαθηματική ανάλυση των μεθόδων των συγγραφέων, και τη σημασία τους στην εξέλιξη της Ιστορίας Μαθηματικών. Στόχος του άρθρου είναι να αναδειχθεί και η αναγκαιότητα ευκολότερης και ευρύτερης πρόσβασης στις Πηγές της Πολιτιστικής Κληρονομιάς και στην αξία της ψηφιοποίησης των αρχείων της. Γνωστοποιούνται τα ευρήματα τα οποία εδραίωσαν την άποψη ότι το μεν βυζαντινό χειρόγραφο είναι η Μαθηματική Εγκυκλοπαίδεια των Βυζαντινών (Chalkou, 2008), το δε χειρόγραφο 72 του 18<sup>ου</sup> αι. είναι ένα από τα πρώτα κείμενα με μη στοιχειώδη Μαθηματικά κατά την εποχή της Τουρκοκρατίας, και περιλαμβάνει την Ευκλείδεια γεωμετρία του Νικηφόρου Θεοτόκη, θέματα άλγεβρας, αλλά και τα εμπορικά Μαθηματικά των Βυζαντινών. Ο ανώνυμος συγγραφέας της ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. γράφει πως η κύρια πηγή του είναι το έργο των Ελλήνων λόγιων, και ότι δέχεται επιρροές από τους Ινδούς, τους Κινέζους και τους Πέρσες μέσω των Λατίνων λόγω των εμπορικών συναλλαγών των Βυζαντινών με τη Δύση. Στην ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. διαπιστώνεται η ύπαρξη κατηγοριών προβλημάτων, των οποίων η επίλυση πραγματοποιείται με τη χρήση μεθόδων αγνώστων μέχρι σήμερα. Κατά την έρευνα μελετήθηκαν αξιόπιστες πηγές της Ιστορίας Μαθηματικών, στις οποίες δεν ευρέθη κάποιο στοιχείο σχετικό με αυτές τις μεθόδους (Loria και Κωβαίος, 1972) και (Heath, 1921) και (Smith, 1958). Ορισμένες δε μέθοδοι, μας οδήγησαν στη διατύπωση και απόδειξη νέων μαθηματικών προτάσεων στον τομέα της θεωρίας αριθμών.

**Λέξεις κλειδιά:** Βυζαντινά Μαθηματικά, θεωρία αριθμών, Μαθηματικά του 18<sup>ου</sup> αι. στα ελληνικά σχολεία, Η γεωμετρία του Νικηφόρου Θεοτόκη

### Εισαγωγή

Κατά τη μελέτη και την έκδοση του Codex Vindobonensis phil. Gr. 65 ff. (11r-126r) του 15<sup>ου</sup> αι. (ΕλλΒιενΜαθΠραγμ.)<sup>1</sup> (Χάλκου, 2006), και του χειρόγραφου 72 του 18<sup>ου</sup> αι. της Ιστορικής Βιβλιοθήκης Δημητσάνας (Χάλκου, 2009), η μέθοδος που ακολουθήσαμε σχετίστηκε με τις επί μέρους ομάδες στις οποίες κατατάξαμε τα προβλήματα τους, και αφορούσε κατά κύριο λόγο στους τρόπους επίλυσης των μαθηματικών ζητημάτων που περιέχονται σε αυτά. Οι μέθοδοι επίλυσης διερευνήθηκαν ως προς την ιστορική τους προέλευση, αλλά και ως προς την εξέλιξή τους μέχρι σήμερα.

Στη συνέχεια προκειμένου να οδηγηθούμε στην έκδοση των χειρόγραφων, επεκτείναμε την πολυετή επιστημονική έρευνά μας σε τομείς της ιστορίας και της εξέλιξης της Βυζαντινής

<sup>1</sup> Ελληνική Βιενναία Μαθηματική Πραγματεία

Αυτοκρατορίας, και ακολούθως της σκλαβωμένης Ελλάδας έως τα τελευταία χρόνια της Τουρκοκρατίας.

Επίσης αναζητήσαμε τις κοινές πρακτικές κατά την επίλυση των προβλημάτων που περιέχονται και στα δύο χειρόγραφα. Τα κοινά προβλήματα, καθώς και οι κοινές πρακτικές επίλυσης τους, μας οδήγησαν σε ισχυρές ενδείξεις σχετικά με την αδιάλειπτη συνέχεια της διδασκαλίας των Μαθηματικών στην Ελλάδα.<sup>2</sup>

Ο Βιενναίος Ελληνικός φιλολογικός Κώδικας 65 είναι ανώνυμος, χαρτώος, το δε τμήμα των φύλλων φφ. (11α- 126α) της ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. χρονολογείται στον 15<sup>ο</sup> αι., συγκεκριμένα στο 1436 ή και νωρίτερα (Χάλκου, 2006). Ολόκληρος ο κώδικας αποκτήθηκε από τον Augerius von Busbeck, όταν αυτός ήταν πρεσβευτής του αυτοκράτορα Φερδινάνδου Α' στην αυλή του σουλτάνου Σουλεϊμάν Β' (1555-1562 μ.Χ.). Το προοίμιο και τα δύο πρώτα κεφάλαια δηλαδή τα φφ. 1α-10β εξέδωσε ο J. I. Heiberg (Hunger, 1994), ο δε H. Hunger το 1963 εξέδωσε το τρίτο τμήμα του κώδικα δηλαδή τα φφ. 126β-140α. Ο Hunger με την ομάδα του επιχείρησε στη συνέχεια να εκδώσει το μεγαλύτερο μέρος του κώδικα τα φφ. (11α-126α). Η προσπάθεια αυτή δεν ευδοκίμησε, και το 1978 η ομάδα εγκατέλειψε οριστικά το εγχείρημα.

Ωστόσο το 1997, κατόπιν αιτήματος του Καθηγητή Παντελή Καρέλου, έλαβα ταχυδρομικώς σε μικροφίλμ από την Εθνική βιβλιοθήκη της Αυστρίας τα φφ. (11α-126α) προς μελέτη και έκδοση. Το περιεχόμενο του μικροφίλμ εκτυπώθηκε από το αρμόδιο γραφείο της Βουλής των Ελλήνων, σε 230 πυκνογραμμένες σελίδες μεγέθους Α3 (εικόνα 1). Η έκδοσή του έγινε το 2006 από το Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης και ονομάστηκε Ελληνική Βιενναία Μαθηματική Πραγματεία (ΕλλΒιενΜαθΠραγμ.).<sup>3</sup>

---

<sup>2</sup> Σαν παράδειγμα αναφέρουμε τις πράξεις μεταξύ κλασμάτων οι οποίες εκτελούνται με μεθόδους όμοιες με τις σημερινές (Hunger and Vogel, 1963).

<sup>3</sup> Η πρώτη έκδοση του έργου έγινε υπό μορφή διδακτορικής διατριβής από το ΕΚΠΑ το 2003, και η δεύτερη υπό μορφή κριτικής έκδοσής μου (εισαγωγή, μεταγραφή, σχόλια), από το Κέντρο Βυζαντινών Ερευνών του ΑΠΘ το 2006.

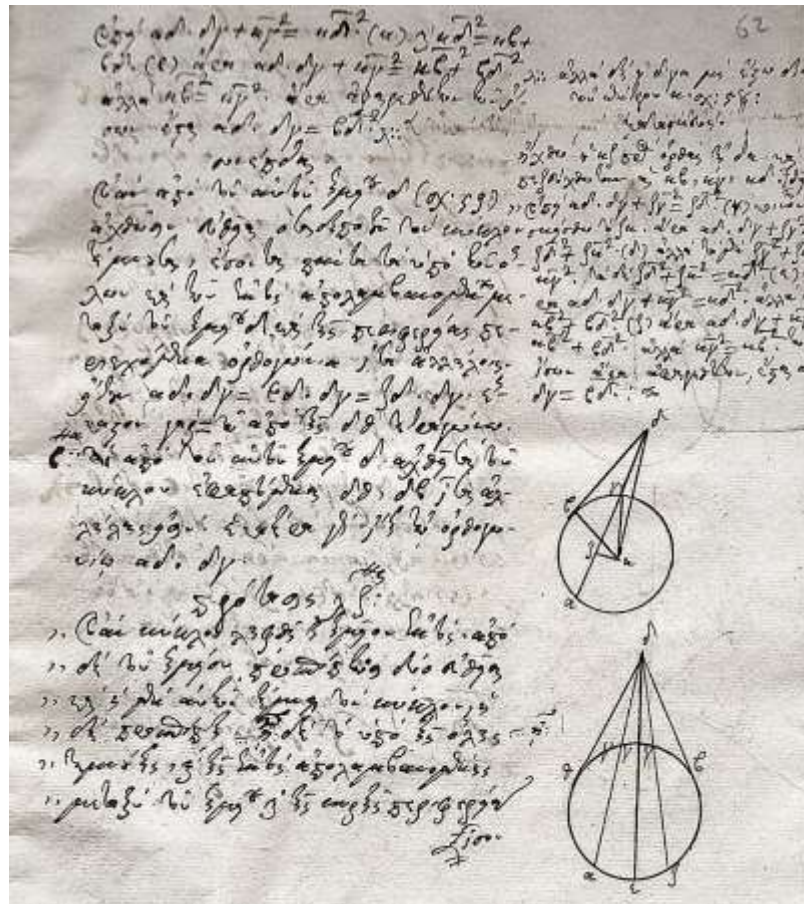
Εικόνα 1. Πρόβλημα γεωμετρίας στην ΕλλΒιενΜαθΠραγμ.



Ο κώδικας 72 της Δημόσιας Ιστορικής Βιβλιοθήκης της Δημητσάνας είναι ανώνυμος και χαρτώος, γράφηκε περί τα μέσα του 18<sup>ου</sup> αι. και διδασκόταν κατά τα τέλη της Τουρκοκρατίας στα Ελληνικά σχολεία μεταξύ των οποίων ήταν και η σχολή της Δημητσάνας (Χάλκου, 2009). Το 2006 επισκέφτηκα τη Βιβλιοθήκη της Δημητσάνας για να τους δωρίσω ένα αντίτυπο από την πρόσφατα εκδοθείσα τότε από το Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. (Χάλκου, 2006), για την οποία είχαν εκδηλώσει ενδιαφέρον. Με ξενάγησαν στον χώρο της Βιβλιοθήκης, όπου εντελώς συμπτωματικά παρατήρησα ένα τετράδιο γεωμετρίας του 18<sup>ου</sup> αι. προστατευμένο μέσα σε μία βιτρίνα. Οι άνθρωποι εκεί με άφησαν να το επεξεργαστώ όση ώρα χρειάστηκε ώστε, κατόπιν αιτήματός μου να λάβω ταχυδρομικώς λίγες μέρες αργότερα -προς μελέτη και έκδοση- το περιεχόμενό του με τη μορφή 250 φωτογραφιών των σελίδων του, οι οποίες σελίδες είχαν μέγεθος μικρού τετραδίου και μου εστάλησαν σε ένα cd (εικόνα 2).<sup>4</sup>

<sup>4</sup> Η κριτική έκδοση (εισαγωγή, μεταγραφή και σχόλια) εκτυπώθηκε με τη μορφή αυτοέκδοσης το 2009.

Εικόνα 2. Θέματα γεωμετρίας στον κώδικα 72



**Ο Βιενναίος Ελληνικός φιλολογικός Κώδικας 65 του 15<sup>ου</sup> αι. φφ. 11α- 126α**

Η ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. περιέχει ένα βιβλίο αριθμητικής με λυμένα προβλήματα, τα οποία καλύπτουν ένα ευρύτατο πεδίο θεμάτων κατάλληλων για διδασκαλία τόσο στο σημερινό δημοτικό όσο στο γυμνάσιο και στο λύκειο. Η τεράστια ποικιλία των προβλημάτων καθιστά δύσκολο τον καθορισμό του είδους των μαθητών στους οποίους απευθύνεται. Αν επρόκειτο για ολοκληρωμένο πρόγραμμα διδασκαλίας, τότε κατά την άποψή μας θα μπορούσε το ακροατήριο να αποτελείτο από μαθητές όλων των τάξεων της σημερινής πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, αλλά και από εμπόρους, αργυροχρυσόχους, τεχνίτες, και άτομα τα οποία προορίζονταν να ακολουθήσουν το επάγγελμα του κρατικού λειτουργού. Εκτός από το είδος των προβλημάτων, εξαιρετικό ενδιαφέρον παρουσιάζει και η μαθηματική ορολογία, η οποία χρησιμοποιείται και είναι ως επί το πλείστον άγνωστη στον σύγχρονο μαθηματικό.

**Η γλώσσα, οι επιρροές, και η σχετική αναφορά στους μαθηματικούς τομείς που συνδέτουν το περιεχόμενο της ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. (Χάλκου, 2021)**

Στην ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. χρησιμοποιείται γλώσσα αττικίζουσα με επιστημονικούς όρους και κάποιες εκφράσεις πιθανόν κυπριακές, όπως π.χ. 'το βηλάριν την τζόχαν' αντί 'το βηλάρι', 'το καντάριν', αντί 'το καντάρι', 'το βουτζίν' αντί 'το βουτσίον'. Ο συγγραφέας της δεν φαίνεται να δίνει ιδιαίτερη σημασία στην ορθογραφία, καθώς εστιάζει το ενδιαφέρον του στον αναλυτικό τρόπο με τον οποίο θα διδάξει αποτελεσματικά τα θέματα, τα οποία εκθέτει. Η

ποιητική χροιά που διαφαίνεται στη ροή του κειμένου καθιστά ευκολότερη τη μελέτη και προδιαθέτει τον αναγνώστη να τη συνεχίσει περαιτέρω. Η διδακτική ικανότητα του διδάσκοντα, και οι μεθοδολογικές του γνώσεις, μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι πρόκειται για κάποιο λόγο.

Ο συγγραφέας της ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. είχε μελετήσει τους αρχαίους Έλληνες μαθηματικούς, επηρεάζεται από τον Ήρωνα τον Αλεξανδρέα, τον Διόφαντο, τον Ευκλείδη, τον Αρχιμήδη και ήταν ενήμερος σχετικά με τις επικρατέστερες επιστημονικές τάσεις διδασκαλίας της εποχής του, αφού δεχόταν πολλές επιρροές και από άλλες πηγές. Ο ίδιος στο 1<sup>ο</sup> κεφάλαιο αναφέρει την περσική επιρροή, μέσω όμως των Λατίνων. Τη λατινική επιρροή προδίδει η χρησιμοποίηση διαφόρων επιστημονικών όρων, όπως 'τζένσο' (Smith, 1958) για το τετράγωνο του αγνώστου  $x$ , και η αναφορά σε πόλεις όπως η 'Φλωρέντζα', και η Ρώμη. Δέχεται επίσης επιρροές από κινέζικες, ινδικές και αραβικές πηγές (Χάλκου, 2006).

Το περιεχόμενο της ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. κατατάσσεται σε ομάδες ως εξής:

ΟΜΑΔΑ Α. Κεφ. 1-39, 101, 102. Πράξεις μεταξύ πραγματικών αριθμών. ΟΜΑΔΑ Β. Κεφ. 40-56. Κλάσματα, λόγοι, αναλογίες. ΟΜΑΔΑ Γ. Κεφ. 57-60. Πρόοδοι. ΟΜΑΔΑ Δ. Κεφ. 61-94. Προβλήματα εξισώσεων Α' βαθμού. ΟΜΑΔΑ Ε. Κεφ. 95-100, 154, 155. Τόκοι δανείων ή οφειλών. ΟΜΑΔΑ ΣΤ. Κεφ. 103-106. Μερисμός σε μέρη ανάλογα. ΟΜΑΔΑ Ζ. Κεφ. 107-116. Προβλήματα αργυροχρυσοχοΐας. ΟΜΑΔΑ Η. Κεφ. 117-134, 239, 240. Ρίζες πραγματικών αριθμών. ΟΜΑΔΑ Θ. Κεφ. 135-140. Επίλυση εξισώσεων. ΟΜΑΔΑ Ι. Κεφ. 141-153, 156-165, 234. Επίλυση συστημάτων. ΟΜΑΔΑ ΙΑ. Κεφ. 166-184. Επιπεδομετρία. ΟΜΑΔΑ ΙΒ. Κεφ. 202-226. Εμβαδά επιπέδων σχημάτων. ΟΜΑΔΑ ΙΓ. Κεφ. 227-233, 235-238. Στερεομετρία.

### **Βασικά αποτελέσματα της έρευνας**

Κρίναμε σκόπιμο να ερευνηθεί η μάλλον εσφαλμένη αντίληψη πως το Βυζάντιο χαρακτηρίζεται από μία στεία αναπαραγωγή γνώσεων των αρχαίων Ελλήνων, χωρίς οι Βυζαντινοί λόγιοι να έχουν επιδείξει πρωτότυπες δημιουργίες. Προς ενίσχυση της αντίθετης άποψης παραθέτουμε μερικά στοιχεία προερχόμενα από τη μεταγραφή και το μαθηματικό σχολιασμό των 1000 και πλέον μαθηματικών προβλημάτων της ΕλλΒιενΜαθΠραγμ.

Η σχετική έρευνα μας προσέφερε πολύτιμες πληροφορίες σχετικά με τους τομείς του εμπορίου, των κατασκευών, της τέχνης της αργυροχρυσοχοΐας, των γεωμετρικών υπολογισμών κ. α. Αυτό όμως που προκαλεί ιδιαίτερη εντύπωση είναι ότι σε ορισμένα προβλήματα οι χρησιμοποιούμενες από τον ανώνυμο συγγραφέα μέθοδοι είναι πρωτότυπες και δεν αποτελούν προϊόντα αναπαραγωγής ή αντιγραφής έργων άλλων επιστημόνων της εποχής. Ενδεικτικά αναφέρουμε (Χάλκου, 2006) τις μεθόδους υπολογισμού του αθροίσματος των όρων μίας προόδου, καθώς και της κυβικής ρίζας αριθμού, και την επίσης άγνωστη σε μας μέθοδο δοκιμής της πράξης του πολλαπλασιασμού.

Επίσης θεωρούμε σημαντικό ότι η ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. είναι το πρώτο χειρόγραφο στο οποίο περιέχεται το πρόβλημα εγγραφής τετραγώνου σε ισόπλευρο τρίγωνο (Boyer, 1997) και (Ιησουίτες, 1952), τέτοιο ώστε η βάση του τετραγώνου να αποτελεί τμήμα της βάσης του τριγώνου, και οι άλλες δύο κορυφές του τετραγώνου να ανήκουν στις άλλες δύο πλευρές του τριγώνου (Ρολγα, 1998) και (εικόνα 3). Συγκεκριμένα στην ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. δίδεται η πλευρά του τριγώνου ίση προς 10 και ζητείται η πλευρά του εγγεγραμμένου τετραγώνου.

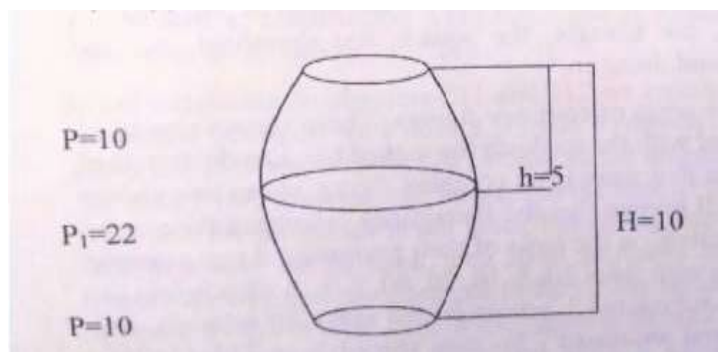
Εικόνα 3. Εγγραφή τετραγώνου σε ισόπλευρο τρίγωνο



Ενδιαφέρον επίσης παρουσιάζει και η άγνωστη μέθοδος υπολογισμού του όγκου ενός στερεού, σχήματος βαρελιού, η οποία παραπέμπει σε απόπειρα πρώιμης ολοκλήρωσης (εικόνα 4). Ο συγγραφέας χρησιμοποιεί έναν δικό του μαθηματικό τύπο ο οποίος δίνει αποτέλεσμα κατά τι μικρότερο από κάθε άλλο γνωστό τύπο της εποχής του που εφαρμοζόταν τότε και στη Δύση (Chalkou, 2003). Συγκεκριμένα, αναφέρουμε την περίπτωση του υπολογισμού του όγκου του δοχείου, στο οποίο δίδονται οι περιμέτροι των δύο κυκλικών βάσεων ίσοι προς 10, η περιμέτρος της μεσαίας κυκλικής τομής ίση προς 22 και το ύψος ίσο προς 10. Ο ανώνυμος συγγραφέας επιλύει το πρόβλημα ως εξής:

Λαμβάνει το ‘έξ ανάλογου’ των περιμέτρων του μικρού και του μεγάλου κύκλου, δηλαδή τον μέσον όρο των περιμέτρων 10, και 22, που είναι ίσος με 16. Κατόπιν θεωρεί νέον κύκλο με περίμετρο ίση προς 16, του οποίου υπολογίζει το εμβαδόν υψώνοντας την περίμετρο στο τετράγωνο και διαιρώντας το αποτέλεσμα με το  $4(3+1/7)^5$ . Τέλος πολλαπλασιάζει αυτό το εμβαδόν επί το ύψος 10 και έχει τον ζητούμενο όγκο ίσο προς 204. Θεωρεί δηλαδή ότι το αρχικό δοχείο έχει τον ίδιο όγκο με ένα δοχείο κυλινδρικού σχήματος ίδιου ύψους με το αρχικό δοχείο και με περίμετρο βάσης ίση με τον μέσον όρο των περιμέτρων του μέγιστου και του ελάχιστου κύκλου του αρχικού δοχείου.

Εικόνα 4. Υπολογισμός όγκου δοχείου



Αξίζει να αναφερθεί ότι, όταν γενικότερα επρόκειτο για τον υπολογισμό του εμβαδού κάποιας έκτασης γης ακαθορίστου γεωμετρικού σχήματος, οι Βυζαντινοί εφάρμοζαν μία δική

<sup>5</sup> Ο ανώνυμος συγγραφέας θεωρεί το  $\pi=3+1/7$ , αλλά δεν χρησιμοποιεί το συγκεκριμένο σύμβολο  $\pi$ .

τους προσεγγιστική μέθοδο η οποία βασιζόταν στις περιμέτρους αυτών των εκτάσεων (Lefort and Bondoux and Cheynet, 1991).

Ως παράδειγμα θεωρούμε ένα μη κυρτό πολυγωνικό σχήμα με πλευρές 30, 8, 10, 20, 80, 2, 1, 5, 68 σχοινία. Η περίμετρός του είναι ίση με 224 σχοινία.

Αφαιρούσαν 1 σχοινίο για κάθε 20 σχοινία 'λόγω τῶν ὑπερβολῶν καὶ τῶν ἐλλείψεων'. Θα έπρεπε να είχαν λοιπόν:  $224-11=213$ . Αντ' αυτού όμως, αφαιρούσαν το 11 από το 223 και είχαν 212 σχοινία. Κατόπιν έκαναν τις εξής πράξεις:  $212/2=106$ ,  $106/2=53$ ,  $53 \cdot 53=2809$  σχοινία.

Ωστόσο για τον υπολογισμό του εμβαδού κανονικών πολυγώνων από την περίμετρό τους, την οποία σε όλες τις πιο κάτω περιπτώσεις θεωρεί ίση προς 20 σπιθαμές, ο συγγραφέας της ΕλλΒιενΜαθΠραγμ χρησιμοποιεί μία ενδιαφέρουσα μέθοδο στην οποία εμπλέκει το  $\pi$  δηλαδή το 3 και  $1/7$ , (Χάλκου, 2006) και (εικόνα 5) ως εξής:

Κατ' αρχάς για να υπολογίσει το εμβαδόν του κύκλου με περίμετρο 20 σπιθαμές διαιρεί το τετράγωνο 400 της δοθείσης περιμέτρου των 20 σπιθαμών με τον αριθμό  $4 \cdot (3+1/7)=12 \frac{4}{7}$ . Το αποτέλεσμα για το εμβαδόν του κύκλου είναι  $E_{\kappa}=31 \frac{9}{11}$

Για το κανονικό 40-γωνο, διαιρεί το τετράγωνο της δοθείσης περιμέτρου ( $20^2=400$ ) με τον αριθμό  $12 \frac{5}{8}$ , με αποτέλεσμα  $E_{40}=31 \frac{7}{10}$

Για το κανονικό 30-γωνο, διαιρεί με τον  $12 \frac{6}{9}=12 \frac{2}{3}$ , με αποτέλεσμα  $E_{30}=31 \frac{11}{19}$

Για το κανονικό 20-γωνο, διαιρεί με τον  $12 \frac{11}{16}$ , με αποτέλεσμα  $E_{20}=31 \frac{1}{2}$

Για το κανονικό 18-γωνο, διαιρεί με τον  $12 \frac{3}{4}$ , με αποτέλεσμα  $E_{18}=31 \frac{1}{3}$

Για το κανονικό 16-γωνο, διαιρεί με τον  $12 \frac{5}{6}$ , με αποτέλεσμα  $E_{16}=31 \frac{1}{6}$

Για το κανονικό 14-γωνο, διαιρεί με τον  $12 \frac{11}{12}$ , με αποτέλεσμα  $E_{14}=30 \frac{29}{30}$

Για το κανονικό 12-γωνο, διαιρεί με τον 13, με αποτέλεσμα  $E_{12}=30 \frac{10}{13}$

Για το κανονικό 10-γωνο, διαιρεί με τον  $13 \frac{1}{9}$ , με αποτέλεσμα  $E_{10}=30 \frac{1}{2}$

Για το κανονικό 8-γωνο, διαιρεί με τον  $13 \frac{8}{31}$ , με αποτέλεσμα  $E_8=30 \frac{1}{6}$

Για το κανονικό 6-γωνο, διαιρεί με τον  $13 \frac{5}{7}$ , με αποτέλεσμα  $E_6=29 \frac{1}{6}$

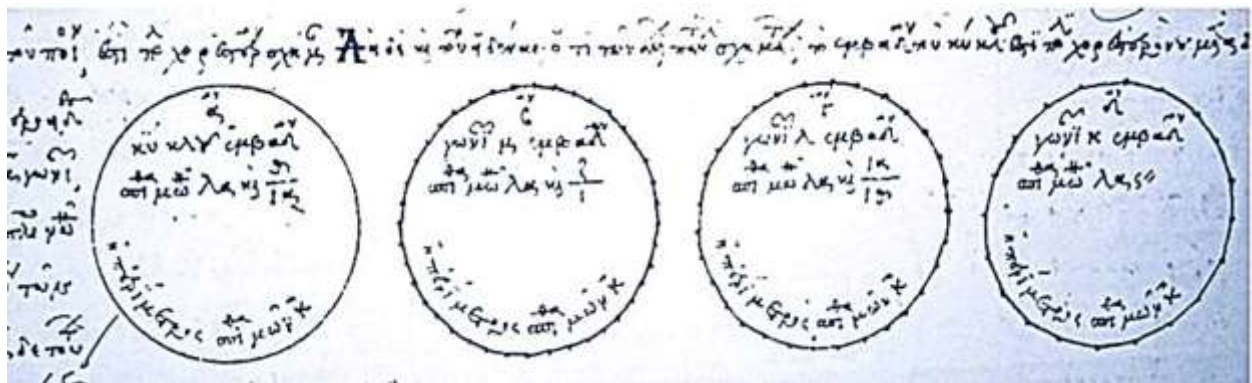
Για το κανονικό 5-γωνο, διαιρεί με τον  $14 \frac{6}{13}$ , με αποτέλεσμα  $E_5=27 \frac{2}{3}$

Για το κανονικό 9-γωνο, υπολογίζει 'τὸ ἐξ ἀναλόγου' (εννοεί τον μέσον όρο) των  $E_{10}$  και  $E_8$   
Όμοια για το κανονικό 7-γωνο υπολογίζει 'τὸ ἐξ ἀναλόγου' των  $E_8$  και  $E_6$

Σημειώνουμε ότι η ανωτέρω μέθοδος υπολογισμού του εμβαδού κανονικού πολυγώνου δεν χρησιμοποιείται από τον συγγραφέα για τα σχήματα τετράγωνο και ισόπλευρο τρίγωνο.

Να σημειωθεί ότι για τον υπολογισμό των εμβαδών στις περιπτώσεις του 8-γώνου και του 6-γώνου χρησιμοποιήσαμε συγκριτικά τη σύγχρονη μέθοδο που ενδεχομένως διδάσκονται οι μαθητές λυκείου, και διαπιστώσαμε ότι τα αποτελέσματα είναι παρεμφερή με αυτά του ανώνυμου συγγραφέα, λαμβάνοντας υπόψιν την μικρή απόκλιση λόγω της χρήσης από τον συγγραφέα του αριθμού  $3+1/7$  για τον αριθμό  $\pi$ .

Εικόνα 5: Υπολογισμός εμβαδών κανονικών πολυγώνων συναρτήσει των περιμέτρων αυτών



### Η πρώτη Εγκυκλοπαίδεια Μαθηματικών των Βυζαντινών (Chalkou, 2008)

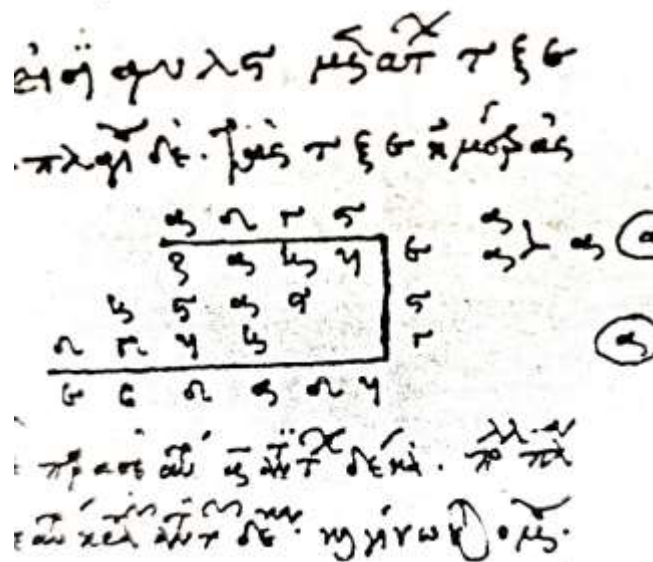
Στην 5<sup>η</sup> Ενότητα ο συγγραφέας αναφέρει τον όρο ‘μιλλιούνι’, ο οποίος, όπως προκύπτει από τον ορισμό, σημαίνει το εκατομμύριο. Γνωρίζουμε ότι ο Μάξιμος Πλανούδης ήταν από τους πρώτους που χρησιμοποίησαν πιο πριν τον όρο *milleton* (δηλ. *million*) για το εκατομμύριο. Σύμφωνα όμως με τον Smith (Smith, 1958), ο όρος αυτός πρωτοεμφανίστηκε το 1478 στο ιταλικό χειρόγραφο *Αριθμητικής* του Treviso. Σ’ αυτό το ιταλικό χειρόγραφο, που είναι μεταγενέστερο του κώδικα 65, στην πράξη του πολλαπλασιασμού ο πολλαπλασιαστής τοποθετείται κατακόρυφα δίπλα στον πολλαπλασιαστέο και η πράξη γίνεται καθ’ όμοιον τρόπο με αυτόν που χρησιμοποιείται στον κώδικα 65 (Chalkou, 2008). Έχουμε λοιπόν μια σημαντική ένδειξη, ότι ο όρος ‘μιλλιούνι’ δεν πρωτοεμφανίστηκε στην ιταλική *Αριθμητική* του Treviso αλλά στην ΕλλΒιενΜαθΠραγμ., η οποία χρονολογείται στα 1436 μ.Χ. (Boyer and Merzbach and Κουσουλάκος, 1997).

Το 1494 ο Λούκα Πακιόλι εξέδωσε τη *Sūma* (Rose, 1975), στην οποία χρησιμοποιεί τα ινδικά ψηφία (Waerden, 2010) και αποκαλεί ‘*crocetta*’ (μικρός σταυρός) (Tartaglia, 1556-1560 και Jayawardene, 1961)<sup>6</sup>, τη ‘σταυροειδή μέθοδο’ πολλαπλασιασμού. Η *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita* του Λούκα Πακιόλι υπήρξε η πρώτη μαθηματική Εγκυκλοπαίδεια της Αναγέννησης. Το Α’ μέρος περιελάμβανε αριθμητική και άλγεβρα και το Β’ μέρος γεωμετρία, όπως ακριβώς και η ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. Ο Πακιόλι χρησιμοποιούσε ως πηγές τον Φιμπονάτσι, τον Jordanus Nemorarius, τον Βλάσιο τής Πάρμας, τον Prosdocimo de Beldomandi, και τον Αλ Χουαρίζμι. Στο ίδιο έργο ο Πακιόλι, ο οποίος δίδασκε αριθμητική και άλγεβρα του εμπορίου, αναφέρει και τη μέθοδο του ‘τετραπλεύρου’ για τον πολλαπλασιασμό δύο τριψήφιων αριθμών, κατά την οποία ο πολλαπλασιαστής τίθεται σε κατακόρυφη θέση ως προς τον πολλαπλασιαστέο. Όμως, έτσι ακριβώς γίνεται ο πολλαπλασιασμός τριψήφιων αριθμών και στην ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. (Chalkou, 2008), η οποία είναι παλαιότερη από τη *Sūma* (Smith, 1958). Αυτά είναι μερικά από τα παρεμφερή στοιχεία που ενισχύουν την άποψη ότι η προγενέστερη από τη *Sūma* ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. είναι η πρώτη Εγκυκλοπαίδεια Μαθηματικών των Βυζαντινών από την οποία ίσως ο Πακιόλι αντέγραφε και πιθανόν η πρώτη Εγκυκλοπαίδεια παγκοσμίως.

<sup>6</sup> Τα *Εμπορικά Μαθηματικά* του Πακιόλι γράφθηκαν το 1470-1481 αλλά δεν εκδόθηκαν ποτέ. Η *Sūma* εκδόθηκε το 1494 και στις 600 σελίδες της περιελάμβανε και πίνακες νομισμάτων, βαρών και μετρήσεων σχετικών με τις πόλεις της Ιταλίας. Ήταν έργο ευρύτατα διαδεδομένο και διδασκόταν ακόμα και τον 16<sup>ο</sup> αι. Σ’ αυτήν βασίστηκε το έργο του Tartaglia N. (1556-1560) *General trattato de numeri et misure*.

Σημείωση: Ως ένα γενικώτερο παράδειγμα της πράξης του πολλαπλασιασμού στον κώδικα 65, αναφερόμαστε στον πολλαπλασιασμό του αριθμού 1436 με τον αριθμό 365 (εικόνα 6).

Εικόνα 6. Ο πολλαπλασιαστής 365(γςε) τοποθετείται κάθετα, μετά τον πολλαπλασιαστέο 1436(αδγς).



Σε αυτήν την περίπτωση ο ανώνυμος συγγραφέας πολλαπλασιάζει τον αριθμό ε(5) του πολλαπλασιαστή, με τον πολλαπλασιαστέο αδγς(1436), και γράφει ζαηυ(7180). Στη συνέχεια πολλαπλασιάζει τον επόμενο αριθμό ς(6) του πολλαπλασιαστή, με τον αδγς(1436) και γράφει ηςας(8616). Ακολούθως πολλαπλασιάζει τον αριθμό γ(3) του πολλαπλασιαστή, με τον αριθμό αδγς(1436), και γράφει δγυη(4308). Τελικά, προσθέτει τους αριθμούς ζαηυ, ηςας, δγυη τοποθετώντας τους όπως φαίνεται στην εικόνα 7, και γράφει το αποτέλεσμα εβδαδϋ(524140):

Εικόνα 7: Στον πολλαπλασιασμό του αριθμού 1436 με τον αριθμό 365, για τους αριθμούς από το 0 έως το 9 χρησιμοποιούνται τα ακόλουθα στοιχεία αντίστοιχα: 0(υ), 1(α), 2(β), 3(γ), 4(δ), 5(ε), 6(ς), 7(ζ), 8(η), 9(θ).

	αδγς	
	ζαηυ	ε
	ηςας	ς
	δγυη	γ
	εβδαδϋ	

### Συνοπτικά η Ελληνική Βιενναία Μαθηματική Πραγματεία

- Περιέχει προβλήματα λογιστικής, (περιλαμβάνονται και τα προβλήματα της άλγεβρας), και γεωδαισίας, τα οποία αντιστοιχούν στο σημερινό δημοτικό, γυμνάσιο και λύκειο, προορισμένα να διδαχθούν σε μαθητές, αλλά και σε κρατικούς λειτουργούς, έμπορους, χτίστες, αργυροχρυσόχρους, κ. α.

- Ουσιαστικά πρόκειται για την μαθηματική Εγκυκλοπαίδεια των Βυζαντινών, και ίσως την πρώτη μαθηματική Εγκυκλοπαίδεια στον τότε γνωστό κόσμο (Chalkou, 2008).

- Ο όρος ‘μυλλιούνι’ δεν πρωτοεμφανίστηκε στην ιταλική *Αριθμητική* του Treviso το 1478, αλλά στην ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. που χρονολογείται στα 1436.
  - Εισάγεται ο όρος ‘έκατον μυριάδαί’ για το εκατομμύριο.
  - Είναι το πρώτο ελληνικό χειρόγραφο στο οποίο εμφανίζεται το πρόβλημα της κατασκευής τετραγώνου εγγεγραμμένου σε ισόπλευρο τρίγωνο, ώστε η μία πλευρά του τετραγώνου να εφάπτεται στην πλευρά του ισοπλεύρου τριγώνου (Chalkou, 2006).
  - Η μέθοδος που χρησιμοποιεί ο συγγραφέας για τη δοκιμή των 4 πράξεων μας οδήγησε στη διατύπωση και απόδειξη νέων προτάσεων στον τομέα της θεωρίας αριθμών (Chalkou, 2015).
    - Σε επιμέρους κεφάλαια περιέχονται πρωτότυπες σε σχέση με την εποχή μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων (μέθοδος ολοκλήρωσης (Chalkou, 2003), υπολογισμού εμβαδού κανονικών πολυγώνων σε συνάρτηση με την περίμετρό τους (Χάλκου, 2016), υπολογισμού αθροίσματος  $n$  όρων προόδων, κ. α.)
    - Η επίλυση ορισμένων προβλημάτων της λογιστικής δημιουργεί την εντύπωση ότι ίσως αυτά αποτελούν κάποιες πρώιμες διαδικασίες για τον προσδιορισμό του δείκτη ευφυΐας (Χάλκου, 2017).

## **Ο κώδικας 72 του 18<sup>ου</sup> αι. της Δημόσιας Ιστορικής Βιβλιοθήκης της Δημητσάνας**

Ο κώδικας 72 ευρίσκεται στη βιβλιοθήκη της Δημητσάνας, διδασκόταν στη Σχολή της Δημητσάνας και είναι ένα από τα πρώτα έργα το οποίο περιέχει μη στοιχειώδη Μαθηματικά κατά την εποχή της Τουρκοκρατίας (Χάλκου, 2009). Από τα Μαθηματάρια που βρέθηκαν στη Σχολή, προκύπτει ότι οι μαθητές της διδάσκονταν μεταξύ άλλων θεωρητική και πρακτική αριθμητική, καθώς και Ευκλείδεια γεωμετρία από το χειρόγραφο 72, το οποίο κάλυπτε ύλη του σημερινού γυμνασίου και λυκείου. Η Σχολή θεωρείτο ανωτέρα, και ορισμένα χειρόγραφα, που βρέθηκαν στη βιβλιοθήκη της περιέχουν ύλη βασική μεν, αλλά επιπέδου πανεπιστημιακού (Γριτσόπουλος, 1962). Πιστεύουμε πως το χειρόγραφο 72 της Σχολής της Δημητσάνας δικαιολογημένα έχει θεωρηθεί από ορισμένους ερευνητές ότι είναι ένα από τα υπόλοιπα 6 σωζόμενα ανέκδοτα χειρόγραφα γεωμετρίας και αριθμητικής του Ν. Θεοτόκη. Θεωρούμε δε ότι οι μικροδιαφορές οι οποίες προκύπτουν από τη σύγκρισή του με το περιεχόμενο του 1<sup>ου</sup> τόμου του έργου του Ν. Θεοτόκη που εκδόθηκε στη Μόσχα το 1798-1799 οφείλονται αφ' ενός μεν στο γεγονός ότι ο συγγραφέας ενός επιστημονικού συγγράμματος που γράφεται κάποια χρονική στιγμή, πραγματοποιεί βελτιώσεις και αλλαγές έως ότου γίνει η έκδοσή του, αφ' ετέρου δε στο ότι τα χειρόγραφα που προορίζονταν για διδασκαλία ήταν φυσικό να είναι μερικές φορές περιληπτικότερα και πιο απλουστευμένα από τα εκδιδόμενα με τη μορφή έντυπου βιβλίου (Χάλκου, 2021).

Κάποιες φορές ο Νικηφόρος Θεοτόκης εξέδιδε ανωνύμως τα συγγράμματά του, όπως π.χ. τη μετάφραση από τα γαλλικά του έργου *Διαθήκη*, στο οποίο προσέθεσε σοφές σημειώσεις (Βροκίνης, 1877). Ωστόσο αποδείξαμε με επαρκή στοιχεία ότι ο κώδικας 72 είναι αναμφίβολα πνευματική δημιουργία του Ν. Θεοτόκη (Χάλκου, 2021).

### **Η γλώσσα, οι επιρροές, και η σχετική αναφορά στους μαθηματικούς τομείς που συνθέτουν το περιεχόμενο του κώδικα 72**

Γνωρίζουμε ότι στα σχολικά εγχειρίδια στο τέλος του 18<sup>ου</sup> αιώνα χρησιμοποιείτο η απλοποιημένη γλώσσα του Κοραή (νεοελληνική) (Στεφανίδης, 1926), ο δε Νικηφόρος

Θεοτόκης, ο οποίος συμφωνούσε με τον Κοραή, θεωρούσε, πως για να είναι το περιεχόμενο ενός βιβλίου σαφές και εύληπτο πρέπει να χρησιμοποιούνται λέξεις συνήθεις και κατανοητές από τον λαό (Στεφανίδης, 1926).

Θεωρούμε ότι η χρησιμοποιούμενη στον κώδικα 72 γλώσσα είναι η αντιπροσωπευτική καθαρεύουσα της εποχής εμπλουτισμένη με επιστημονικούς όρους, και όχι η εξεζητημένη υπερκαθαρεύουσα, οι δε εκφράσεις που είναι ιδιαίτερα προσεγμένες ώστε να δίνουν νοήματα ακριβή εύληπτα και σαφή, ενίσχυσαν την άποψη ότι ο κώδικας 72 είναι όντως πνευματική εργασία του Νικηφόρου Θεοτόκη.

Ο Νικηφόρος Θεοτόκης, ο οποίος στα πρώτα γραπτά του προτιμούσε τη δημοτική της ιδιαίτερης πατρίδας του της Κέρκυρας (Μεγάλη Παιδαγωγική Εγκυκλοπαίδεια, 1968), αλλά προς το τέλος της συγγραφικής του δραστηριότητας τελειοποίησε τη γλώσσα του (Βροκίνης, 1877), θεωρείτο ότι υπήρξε πρώτιστος αναμορφωτής της Νεωτέρας Ελληνικής Γλώσσας (Βροκίνης, 1877).

Τα συγγράμματα του Θεοτόκη κέρδιζαν έδαφος γιατί ξεχώριζαν για την πληρότητα, τη σαφήνεια, το απέριπτο ύφος γραφής, αλλά και τον ζήλο του δάσκαλου για να μεταδώσει τη γνώση στους αναγνώστες του. Ο Ν. Θεοτόκης χρησιμοποιούσε τα έργα των:

1) A. Tacquet, *Elementa Euclidea Geometricae. planae, ac solidae...* Antwerp 1654, 1665, 1672

2) M. Ozanam, *Les Éléments d'Euclide Démontrés d'une manière nouvelle et facile*, Paris 1746 et 1753, και

3) Ch. Von Wolff, *Elementa Matheseos Universae* 1, Halle 1713 (Καράς, 1992).

Ο Θεοτόκης περιλαμβάνει παραπομπές στον Wolf στον πρώτο τόμο (σελ. 260, 321) του εντύπου βιβλίου του που εκδόθηκε στη Μόσχα το 1798-9 (Θεοτόκης, (1798- 99)). Σημειωτέον ότι ο πρώτος αυτός τόμος αποτελεί κατ' ουσίαν την έντυπη έκδοση του κώδικα 72 της Βιβλιοθήκης της Δημητσάνας.

Ωστόσο, και στο ίδιο το χειρόγραφο 72 εντοπίσαμε τα κάτωθι ονόματα επιστημόνων οι οποίοι φαίνεται να επηρέασαν τον συγγραφέα του:

Στο φ. 4α «Εύθει̃α γραμμὴ ἐστὶ (κατ' Ἀρχιμήδη)....., ἢ (κατὰ Πλάτωνα)....., ἢ (κατ' Εὐκλείδη).....».

Στο φ. 22α «Τῆς εὐπορωτάτης ταύτης προτάσεως ἥς ἐν πάσαις ταῖς μαθηματικαῖς ἢ χρήσις μεγίστη, εὐρετὴν γεγονέναι φασὶ (Εὐδημος ὁ ἀρχαῖος γεωμέτρης) τὸν Πυθαγόρα. Πολλάκις δ' αὐτῆς ὁ Ἀριστοτέλης μέμνηται....».

Στο φ. 78α «Πρότασις 1<sup>η</sup> καὶ Εὐκλείδου 7<sup>η</sup>».

φ. 85β «Τὰ ἐξῆς θεωρήματα πλὴν τοῦ ἐσχάτου ἐκ τῶν τοῦ Πάππου εἰσὶ τοῦ Ἀλεξανδρέως».

φ. 141β «.....μετὰ τὸ 4<sup>ον</sup> θεώρημα τοῦ Ἀρχιμήδους».

φ. 150α «....οἷον τὰ ἑλληνικὰ ἢ ρωμαϊκὰ στοιχεῖα τοῖς ἐκτεθεῖσι δὲ χρώμεθα, ὧν τινὲς μὲν Ἄραβας, τινὲς δὲ Ἰνδοὺς (ὄρα τὸ 1 σχ. τῆς τοῦ Οὐόλφ Ἀριθμητικῆς)».

φ. 154α «Πυθαγορικὸν κατασκευᾶσαι πίνακα».

φ. 164β «(Διοφάντου ἐν τῷ 1<sup>ω</sup> καὶ 2<sup>ω</sup> ὀρισμῶ τοῦ 1<sup>ου</sup> βιβλίου)».

φ. 175β «Τῶν λογαρίθμων οἷς οἱ μαθηματικοὶ χρῶνται τὸν τύπον ὁ Βρίγγιος τῆ τοῦ πρώτου αὐτῶν εὐρετοῦ Νεπέρτου ὀδηγία πρώτος συνετάξατο....».

Το **πρώτο μέρος** του κώδικα 72, δηλαδή αυτό το οποίο περιλαμβάνει την Ευκλείδεια γεωμετρία, περιέχει το 1<sup>ο</sup> βιβλίο του Ευκλείδη στο οποίο υπάρχουν οι βασικοί γεωμετρικοί

ορισμοί (σημείου, ευθείας, γωνίας, κύκλου, τριγώνου, παραλληλογράμμου κ.α.), και αποδεικνύονται 48 προτάσεις.

Το 2<sup>ο</sup> βιβλίο αφορά στα παραλληλόγραμμα και στα εμβαδά τους.

Το 3<sup>ο</sup> βιβλίο αφορά τον κύκλο.

Στο 4<sup>ο</sup> βιβλίο υπάρχει η θεωρητική προσέγγιση των εγγεγραμμένων και περιγεγραμμένων πολυγώνων σε κύκλο.

Το 5<sup>ο</sup> βιβλίο περιέχει τους λόγους και τις αναλογίες.

Στο 6<sup>ο</sup> βιβλίο ο συγγραφέας παρουσιάζει τα όμοια ευθύγραμμα σχήματα.

Το 11<sup>ο</sup> βιβλίο, ή 1<sup>ο</sup> των στερεών αναφέρεται στη στερεομετρία, από τους βασικούς ορισμούς έως τα παραλληλεπίπεδα.

Στο 12<sup>ο</sup> βιβλίο εξετάζονται θέματα σχετικά με την πυραμίδα, τον κώνο, τον κύλινδρο, καθώς και τα εγγεγραμμένα και περιγεγραμμένα σε αυτά στερεά σχήματα.

Το **δεύτερο μέρος** του κώδικα 72 περιέχει 5 βιβλία, στα οποία περιλαμβάνονται θέματα αριθμητικής σχετιζόμενα στο 1<sup>ο</sup> βιβλίο με τους ορισμούς των αριθμών και τις μεταξύ των πράξεις, τον Πυθαγορικό πίνακα, και τις δοκιμές των πράξεων.

Το 2<sup>ο</sup> βιβλίο περιέχει τα κλάσματα και τους δεκαδικούς αριθμούς με τις πράξεις τους.

Το 3<sup>ο</sup> βιβλίο περιέχει μεθόδους υπολογισμού τετραγωνικών και κυβικών ριζών πραγματικών αριθμών.

Στο 4<sup>ο</sup> βιβλίο εκτίθενται θέματα σχετικά με τους λογαρίθμους και τις προόδους, και

Το 5<sup>ο</sup> βιβλίο αναφέρεται σε πρακτικά προβλήματα της καθημερινής ζωής που αφορούν κυρίως στο εμπόριο.

Στο 4<sup>ο</sup> βιβλίο ο Θεοτόκης όπως και ο John Napier χρησιμοποιεί τις προόδους για να θεμελιώσει τη θεωρία των λογαρίθμων, σύμφωνα με την οποία «Οι λογάριθμοι είναι αριθμοί οι οποίοι αντιστοιχούν στους ανάλογους αριθμούς (όροι γεωμετρικής προόδου) και έχουν ίσες διαφορές (όροι αριθμητικής προόδου)» (Nepero, 1614) και (Χάλκου, 2015).<sup>7</sup>

### **Αποτελέσματα της έρευνας σχετικά με την επιρροή των Βυζαντινών Μαθηματικών στον κώδικα 72**

Στο χειρόγραφο 72 το εκατομμύριο αναφέρεται ως 'μυλλιόνιο', και το δισεκατομμύριο ως 'διλλιόνιο'. Σημειωτέον ότι στο 5<sup>ο</sup> κεφάλαιο του χειρόγραφου 65 ο συγγραφέας του αναφέρει τον όρο 'μυλλιούνι', ο οποίος, όπως προκύπτει από τον ορισμό, σημαίνει το εκατομμύριο.

Στο 3<sup>ο</sup> βιβλίο της αριθμητικής του χειρόγραφου 72 (1<sup>ος</sup> ορισμός) διαβάζουμε: «Εξ αριθμοῦ τινός ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθέντος ὁ γινόμενος, τετράγωνος λέγεται. Οὗτος δὲ ὁ ἀριθμὸς, πλευρὰ ἢ ρίζα τετραγωνική». Αντιστοίχως στον 2<sup>ο</sup> ορισμό: «Ἐκ τετραγώνου ἐπὶ τῆς ἑαυτοῦ ρίζης πολλαπλασιασθέντος ὁ γινόμενος, κύβος καλεῖται τοῦ ἀπ' ἀρχῆς ληφθέντος, ὁ δὲ ἀπ' ἀρχῆς ληφθείς, κυβική ρίζα».

Στην ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. του 1436 μ.Χ. οι αντίστοιχοι ορισμοί είναι 'κορυφή', και 'ρίζα κουβική' ή 'τετράγωνος'.

Στο κεφάλαιο 239 της ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. ο συγγραφέας δίνει πίνακες υπολογισμού ριζών για ορισμένους αριθμούς από το 1 έως το 1000.

<sup>7</sup> Τους λογάριθμους ανακάλυψε ο Σκώτος μαθηματικός Τζων Νάπιερ το 1614. Το 1615 ο Χένρυ Μπρίγκς πρότεινε στον Νάπιερ τη χρησιμοποίηση της βάσης του 10. Το κενό συμπλήρωσε ο Ανδριανός Βλακ σε έργο που δημοσιεύθηκε το 1628 στην Κάουντα της Ολλανδίας (Μεγάλη Αμερικάνικη Εγκυκλοπαίδεια, 1976) και (Μπαραλής, 1994).

Στην ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. δεν υπάρχουν μαθηματικοί τύποι αλλά οδηγίες για τον υπολογισμό της ρίζας. Μολονότι ο Διόφαντος είχε εισαγάγει ήδη από το 275 μ.Χ. τον δικό του συμβολισμό, δεν γίνεται χρήση αυτού, γεγονός το οποίο παρατηρούμε να συμβαίνει και στο χειρόγραφο 72.

Στο 4<sup>ο</sup> βιβλίο της Αριθμητικής του χειρόγραφου 72 (6<sup>ος</sup> ορισμός), ο συγγραφέας γράφει: «Αἰ ἐκ πολλῶν ὄρων συνιστάμεναι ἀριθμητικαὶ ἀναλογίαι σειραὶ ἢ πρόοδοι λέγονται ἀριθμητικά, (ἐν αἷς ἢ 1,2,3,4,5,6,7 κατὰ σειρά φυσικὴ ἀριθμητικὴ), ὁμοίως καὶ ἐκ πολλῶν γεωμετρικῶν ὄρων, γεωμετρικά».

Στο τέλος της έκδοσης της *Αριθμητικῆς Εισαγωγῆς* του Νικόμαχου του Γερασηνού (Nicomaque de Gérase, 1866), περιέχονται ορισμένα προβλήματα, τα οποία αποδίδονται σε κάποιον μοναχό ονόματι Ισαάκ, και αναφέρονται στον υπολογισμό των ὀρων αριθμητικῆς προόδου. Πρόκειται για προβλήματα παρόμοια με αυτά της ΕλλΒιενΜαθΠραγμ και οι προτεινόμενες λύσεις τους είναι επίσης του ἰδίου τύπου με αυτές του χειρόγραφου μας, μολονότι σε αυτό δεν χρησιμοποιούνται οι ὀροι αριθμητικῆ και γεωμετρικῆ πρόοδος.

Ο συγγραφέας του κώδικα 72 ορίζει τη μέθοδο των τριῶν ως εξής: «Ὁ τριῶν δοθέντων ὄρων τὸ τέταρτον ὀδηγούμενος εὐρίσκει κανῶν». Στην ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. χρησιμοποιείται συχνά αυτή η μέθοδος με την ονομασία 'ἢ διὰ τῶν τριῶν μεταχείρισις', και βασίζεται στις ιδιότητες των αναλογιών. Στο κεφ. 53 της ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. ο συγγραφέας γράφει: «Διὰ γὰρ τῶν γ καὶ δ καὶ ε, οἵτινες εἰσὶ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνόμοιοι, εὐρίσκεται τὸ ζητούμενον. Ἐνεργοῦντες δὲ οἱ τρεῖς τὸ ζητούμενον, καλῶς ἂν καὶ διὰ τῶν τριῶν λέγεται».

Ο συγγραφέας του κώδικα 72 χρησιμοποιεῖ τον ὀρο 'μέθοδος τῆς ἐταιρείας' σε προβλήματα, ὅπου ζητεῖται ο υπολογισμὸς του ποσοῦ του κέρδους το οποίο δικαιούται ἕκαστος των συνεταίρων μιας ἐπιχείρησης. Στην ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. τα προβλήματα μερισμοῦ και ἐταιρείας ἐπιλύονται με μέθοδο πρωτότυπη για τα μέχρι τώρα ἐπιστημονικά δεδομένα. Η καινοτομία της ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. εἶναι ο τρόπος του μερισμοῦ του κέρδους μίας ἐπιχείρησης στους συνεταίρους της, ὅπου το ἀρχικό κεφάλαιο προστίθεται ἀντὶ να πολλαπλασιάζεται με τον χρόνο που αυτό παραμένει στην ἐπιχείρηση.

Και στα δύο χειρόγραφα χρησιμοποιεῖται η μέθοδος 'τῆς ψευδοῦς ὑποθέσεως'. Ο συγγραφέας του κώδικα 72 την περιγράφει ως εξής: «Ψευδοῦς ὑποθέσεως μέθοδος λέγεται, διὰ τὸ ἐξ ὑποθετικῶν καὶ ἀναλόγων μὲν τοῖς ζητούμενοις, μὴ ἀληθῶν δὲ ἀριθμῶν τὴν τῶν προβλημάτων προκύπτειν ἐπίλυσιν».

Στις προτάσεις 47 και 48 του 1<sup>ου</sup> βιβλίου της γεωμετρίας του χειρόγραφου 72 αποδεικνύεται ἀπὸ τον συγγραφέα το Πυθαγόρειο θεώρημα χωρίς ὅμως να δίνεται κάποια ονομασία σ' αυτό. Στην ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. το Πυθαγόρειο θεώρημα ονομάζεται 'κανῶν τῆς σκάδρας'. Επίσης στη 2<sup>η</sup> πρόταση του 12<sup>ου</sup> βιβλίου του χειρόγραφου 72 ο συγγραφέας ἀναφέρει: «Οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὑπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα», και «Αἰ τῶν κύκλων περιφέρειαι πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ διάμετροι». Παρατηρούμε ὅτι και στα δύο χειρόγραφα η τιμὴ αυτού του σταθεροῦ λόγου δεν συμβολίζεται με το γράμμα π.

### **Συνοπτικὰ σχετικά με τον κώδικα 72**

- Ο Νικηφόρος Θεοτόκης ἦταν ἀπὸ τους πρώτους που προσπάθησαν να συνδυάσουν την Αρχαία Ἑλληνική ἐπιστήμη με τις γνώσεις που προέρχονταν ἀπὸ τη Δύση. Αυτό οδήγησε στην ἀνάδειξη της φιλοσοφικῆς δουλειᾶς των Ἑλλήνων ἐπιστημόνων ως το κύριο κριτήριο για την ἀξιολόγηση του πολιτισμοῦ ἐκείνης της ἐποχῆς στη Νεότερη Ἑλληνική Ἱστορία.

- Είναι ένα από τα πρώτα κείμενα με μη στοιχειώδη Μαθηματικά την εποχή της Τουρκοκρατίας.
- Από την αλληλογραφία μεταξύ των Διδασκάλων του Γένους τεκμαίρεται ότι διδάχθηκε σε διάφορα σχολεία της εποχής και έχαιρε ευρείας εκτίμησης.
- Η υιοθέτηση της διδασκαλίας των Μαθηματικών και της Φυσικής ως πρωτεύοντα στο εκπαιδευτικό πρόγραμμα της προεπαναστατικής Ελλάδας αποδίδεται στον Νικηφόρο Θεοτόκη.
- Ο Νικηφόρος Θεοτόκης θεωρείτο ότι υπήρξε ο κύριος αναμορφωτής της νεότερης Ελληνικής, την οποίαν «έκκαθάρας έπλούτησε διά τοῦ έμμουσοτάτου καί πολυτερπεστάτου άρχαϊκοῦ κάλλους» (Βροκίνης 1877).
- Αν και πρόκειται για έργο που περιέχει τα σύγχρονα Μαθηματικά του 18<sup>ου</sup> αι., εντούτοις διατηρείται η επιρροή των Βυζαντινών Μαθηματικών.

## Συμπεράσματα

Τα δύο προαναφερθέντα ελληνικά χειρόγραφα του 15<sup>ου</sup> και του 18<sup>ου</sup> αι., η ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. και ο κώδικας 72, μας έδωσαν την ευκαιρία να ασχοληθούμε με τη διδασκαλία των Μαθηματικών κατά τη διάρκεια της Βυζαντινής Αυτοκρατορίας και στη συνέχεια της Τουρκοκρατίας. Πρόκειται για δύο χρονικές περιόδους όπου λόγω έλλειψης επαρκών πηγών σχετιζόμενων με την Πολιτιστική μας Κληρονομιά οι πληροφορίες ήταν λιγοστές για τη διαμόρφωση άποψης σχετικά με τα Μαθηματικά στα Ελληνικά σχολεία. Οι δύο ανωτέρω κώδικες πλούτισαν τις γνώσεις μας σε αρκετά ικανοποιητικό βαθμό.

Η ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. μας οδήγησε στη διατύπωση νέων προτάσεων στην θεωρία αριθμών και γνώσης νέων μεθόδων σε διάφορους τομείς της επιστήμης των Μαθηματικών, καθώς και στη διαμόρφωση της άποψης ότι αποτελεί την πρώτη Εγκυκλοπαίδεια Μαθηματικών των Βυζαντινών, με πιθανότητα να είναι η πρώτη Εγκυκλοπαίδεια Μαθηματικών παγκοσμίως.

Ο δε κώδικας 72 μας προσέφερε πληροφορίες σχετικά με το επίπεδο διδασκαλίας των Μαθηματικών σε ορισμένα σχολεία, τα οποία -όπως η Σχολή της Δημητσάνας- ήταν Πανεπιστημιακού επιπέδου. Εκτός από την Ευκλείδεια γεωμετρία ο κώδικας περιέχει άλγεβρα, αλλά και πρακτική αριθμητική, η οποία περιλαμβάνει προβλήματα επιλυμένα με μεθόδους πανομοιότυπες με αυτές που χρησιμοποιούσαν οι Βυζαντινοί, καταδεικνύοντας έτσι την αδιάλειπτη συνέχεια της διδασκαλίας των Μαθηματικών στη χώρα μας.

Είναι εύλογο το συμπέρασμα, ότι θα ήταν ευκαίριο να είχαμε στη διάθεσή μας περισσότερα χειρόγραφα Μαθηματικών από τα δεκάδες που ευρίσκονται στις βιβλιοθήκες της Ελλάδας αλλά και της αλλοδαπής. Ας μη λησμονούμε ότι η ΕλλΒιενΜαθΠραγμ. ευρέθη περί το 1995 στην Εθνική Βιβλιοθήκη της Αυστρίας στη Βιέννη χάρη στις έρευνες του Καθηγητή Παντελή Καρέλου, και ο κώδικας 72 το 2006 συμπτωματικά κατά τη διάρκεια ξενάγησής μου στη Δημόσια Ιστορική Βιβλιοθήκη της Δημητσάνας.

Για τους ερευνητές θα ήταν ευχής έργο η διευκόλυνση αναζήτησης προς έκδοση ψηφιοποιημένων χειρόγραφων -πολύτιμων στοιχείων της Πολιτιστικής μας Κληρονομιάς τα οποία θα δύνανται να διατίθενται άμεσα προς μελέτη.

## Αναφορές

- Boyer, C. B., & K Merzbach, U. C. (1997). *A History of Mathematics* (2), μτφρ. Κουσουλάκου Β. Η *Ιστορία των Μαθηματικών*, Αθήνα: Πνευματικός (2).
- Chalkou, M. (2003). Problems of Technical Education. *Proceedings of 5<sup>th</sup> International Congress MASSEE*, pp. 165- 171.
- Chalkou, M. (2006). The Pythagorean Rule and its application, according to a Greek Manuscript of the 15<sup>th</sup> cent. in Wien. *Review of the National Center for Digitization*, 9, pp. 63- 70, διαθέσιμο στο: <http://elib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/ncd/9/ncd09063.pdf>
- Chalkou, M. (2008). The Mathematical Encyclopaedia of the 15<sup>th</sup> century. *Review of the National Center for Digitization*, 12, pp. 119-130, διαθέσιμο στο: <http://elib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/ncd/12/ncd12119.pdf>
- Chalkou, M. (2015). Number Theory in Byzantium, according to Codex Vindobonensis phil. Gr. 65 of the 15<sup>th</sup> cent.: The numbers and the numeric position in Byzantium. *Bulletin of Hellenic Mathematical Society*, 59, pp. 107- 118, διαθέσιμο στο: <https://bulletin.math.uoc.gr/vol/59/59-107-118.pdf>
- Heath, T. (1921). *A History of Greek Mathematics* Vol. I, Oxford: Clarendon.
- Hunger, H, Vogel, K. (1963). *Ein Byzantinisches Rechenbuch des 15 Jahrhunderts. 100 Aufgaben aus dem Codex Vindobonensis Phil. Gr. 65*, Wien: Österr. Acad. D. Wissenschaften.
- Hunger, H. Die hochsprachliche profane Literatur der Byzantiner, μτφρ. Μορφωτικό Ίδρυμα Εθνικής Τράπεζας (MIET), (1994). *Βυζαντινή Λογοτεχνία*, Τόμ. III, Αθήνα: MIET.
- Jayawardene, S. A. (1970-1980). Luka Pacioli, *DSB*, Vol. X, 269-272.
- Lefort, J., Bondoux, R., Cheynet, J.- CL., Grélois, J.- P., & Kravari, V. (1991). *Géometries du fisc Byzantin*. Paris: Lethielleux.
- Loria, G. (1972). *Storia Delle Matematiche*, μτφρ. Κωβαίος Μ.. *Ιστορία των Μαθηματικών*. Τόμ. II, Αθήνα: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία.
- Nepero, I. (1614). *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*, cap. I, 1-10. Edinburgh, Wikipedia the free Encyclopedia, διαθέσιμο στο: [https://en.wikipedia.org/wiki/Mirifici\\_Logarithmorum\\_Canonis\\_Descriptio](https://en.wikipedia.org/wiki/Mirifici_Logarithmorum_Canonis_Descriptio)
- Nicomache de Gérase (1866). *Introductionis arithmeticae*, libri II, recensuit Richard Hoche, Lipsiae: In Aedibus B. G. Teubneri.
- Polya, G. (1998). μτφρ. Ψυακκή Ξ. *Πώς να το λύσω*, Αθήνα: Καρδαμίτσα.
- Rose, P. L. (1975). *The Italian Renaissance of Mathematics*, Genève: Librairie Droz.
- Smith, D. E. (1958). *History of Mathematics* Vol. II, New York: Dover.
- Tartaglia, N. (1556-1560). *General trattato de numeri et misure*, Venetia: Curtio Troiano.
- Waerden, V. D. (2010). *Η αφύπνιση της Επιστήμης*. Ηράκλειο: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.
- Ανώνυμος Άριθμητική, έκδοση Χάλκου Μ. (2006). *Το Μαθηματικό Περιεχόμενο του Codex Vindobonensis phil. Gr. 65 του 15<sup>ου</sup> αι. ff. (11r-126r)*, κριτική έκδοση με μεταγραφή και σχολιασμό, Θεσσαλονίκη: Κέντρο Βυζαντινών Ερευνών Α.Π.Θ.
- Ανώνυμος Μαθηματάριον, έκδοση Χάλκου Μ. (2009). *Η Διδασκαλία των Μαθηματικών στην Ελλάδα κατά τα τελευταία χρόνια της Τουρκοκρατίας, σύμφωνα με τον κώδικα 72 του 18<sup>ου</sup> αι. της Βιβλιοθήκης της Δημητσάνης*, κριτική έκδοση με μεταγραφή και σχολιασμό, Αθήνα: Χάλκου, διαθέσιμο στο: [https://anemi.lib.uoc.gr/metadata/8/1/a/metadata-461e8c655d0f25db132f89009e13a455\\_1256540623.tkl](https://anemi.lib.uoc.gr/metadata/8/1/a/metadata-461e8c655d0f25db132f89009e13a455_1256540623.tkl)
- Βροκίνης, Λ. (1877). *Τα περί Θεοτοκών αποσπάσματα εκ των Βιογραφικών σχεδάρων*, Κέρκυρα: Ο Κοραΐς.
- Γριτσόπουλος, Τ. Α. (1962). *Σχολή Δημητσάνης*, Αθήνα.
- Θεοτόκης, Ν. (1798- 99). *Στοιχείων Μαθηματικών εκ παλαιών και νεοτέρων*, Τόμ. I-III, Μόσχα: Εν τω της Κοινότητος Τυπογραφείω παρά Ρηδηγέρω και Κλαυδίω.
- Ιησουίτες, (1952). *Ασκήσεις Γεωμετρίας*, μτφρ. Γκιόκα Δ. Τόμ. III, Αθήνα: Καραβία.

- Καράς, Γ. (1992). *Οι Επιστήμες στην Τουρκοκρατία* (1), Αθήνα: Βιβλιοπωλείον της Εστίας και Κέντρον Νεοελληνικών Ερευνών.
- Μεγάλη Αμερικάνικη Εγκυκλοπαίδεια (1976). Τόμ. XV, Αθήνα: Σ. Δημητρακόπουλος Ε.Ε.Ε.
- Μεγάλη Παιδαγωγική Εγκυκλοπαίδεια (1968). Τόμ. III, Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα-Herder.
- Μπαράλης, Γ. (1994). Ο λογάριθμος και η συναρτησιακή σχέση  $f(x,y) = f(x)+f(y)$ , *Ευκλείδης γ' της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας*, 39, σελ. 59-77.
- Στεφανίδης, Μ. (1926). *Αι Φυσικαί επιστήμαι εν Ελλάδι προ της Επαναστάσεως: Η Εκπαιδευτική Επανάστασις*, Αθήνα: Σακελλάριος Π. Δ.
- Χάλκου, Μ. (2014). *Ιστορία Μαθηματικών- Τα Βυζαντινά Μαθηματικά-The Codex Vindobonensis phil. Gr. 65 of the 15<sup>th</sup> cent.* Τόμ. I, II, Αθήνα, διαθέσιμο στο: <https://anemi.lib.uoc.gr/metadata/4/8/e/metadata-1464949978-419166-20739.tkl>
- Χάλκου, Μ. (2015). Η διδασκαλία των Λογαρίθμων στην τουρκοκρατούμενη Ελλάδα σύμφωνα με χειρόγραφο της Βιβλιοθήκης της Δημητσάνας, Πρακτικά 32<sup>ου</sup> Συνεδρίου της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, σελ. 1090- 1105, διαθέσιμο στο: <http://blogs.sch.gr/mchalkou-p/files/2023/08/logarithm-32o-συν-ΕΜΕ.pdf>
- Χάλκου, Μ. (2016). Η σημασία των γεωμετρικών σχημάτων στην κατανόηση του μαθηματικού περιεχομένου του Βιενναίου Ελληνικού κώδικα 65 της Εθνικής Βιβλιοθήκης της Αυστρίας του 15<sup>ου</sup> αι., και του κώδικα 72 της Ιστορικής Βιβλιοθήκης της Δημητσάνας του 18<sup>ου</sup> αι., Proceedings of the 23<sup>rd</sup> Congress of Byzantine Studies, Round Tables, pp. 99- 110, διαθέσιμο στο: <http://www.byzinst-sasa.rs/srp/uploaded/PDF%20izdanja/round%20tables.pdf>
- Χάλκου, Μ. (2017). Θέματα Μαθηματικών της Υστεροβυζαντινής Περιόδου, Πρακτικά της 9<sup>ης</sup> Διεθνούς Μαθηματικής Εβδομάδας της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, σελ. 1115- 1127, διαθέσιμο στο: <https://blogs.sch.gr/mchalkou-p/2023/08/27/themata-mathimatikon-tis-ysterovyzantinis-periodoy/>
- Χάλκου, Μ. (2021). *Από το Βυζάντιο μέχρι την προετοιμασία της Επανάστασης του 1821*. Αθήνα: Κέφαλος.

## Οι Φυσικές Επιστήμες και η Συναισθηματική Στάση των Μαθητών

Αθανάσιος Μαρμαγκάς<sup>1</sup>, Δημήτρης Κόρακας<sup>2</sup>

[thanasismar@gmail.com](mailto:thanasismar@gmail.com), [dnkath@gmail.com](mailto:dnkath@gmail.com)

<sup>1</sup>Βιολόγος MSc, Δ/ντής Σχολικής Μονάδας Δ.Ε.

<sup>2</sup>Χημικός PhD, Σύμβουλος Εκπαίδευσης Φυσικών Επιστημών

**Περίληψη.** Η παρούσα βιβλιογραφική ανασκόπηση διερευνά επιλεγμένες πτυχές της συναισθηματικής τοποθέτησης των μαθητών απέναντι στα μαθήματα των Φυσικών Επιστημών (ΦΕ). Η τοποθέτηση αυτή περιλαμβάνει τις γνωστικές, τις συναισθηματικές και τις συμπεριφορικές διαστάσεις της σχέσης τους με τις ΦΕ. Ένα κεντρικό στοιχείο της συναισθηματικής τους στάσης είναι το άγχος, το οποίο δεν πηγάζει μόνο από τις εξετάσεις αξιολόγησης, αλλά και από ποικίλους παράγοντες όπως ο φόβος της αποτυχίας, η απόρριψη, η μεθοδολογία διδασκαλίας, ακόμη και το φύλο των μαθητών. Οι παραπάνω παράγοντες δύνανται να επηρεάσουν αρνητικά τη δυναμική των κινήτρων τους προκειμένου να ξεπεράσουν τις δυσκολίες στα μαθήματα των ΦΕ. Η βιωματική μάθηση είναι ένα όπλο στην καταπολέμηση του άγχους σε συνδυασμό με τις καινοτόμες διδακτικές μεθόδους και τις θετικές γνωστικές αλληλεπιδράσεις τόσο μεταξύ εκπαιδευτικού - μαθητών, όσο και μεταξύ των μαθητών. Για κάθε ένα από τα μαθήματα Φυσική, Χημεία και Βιολογία, εξετάζεται η συναισθηματική στάση των μαθητών με έμφαση στο άγχος που δημιουργείται.

**Λέξεις κλειδιά:** Συναισθηματική Στάση, Άγχος μαθητών, Φυσικές Επιστήμες, βιωματική μάθηση, διαθεματικότητα

### Εισαγωγή

Η στάση των μαθητών σε ένα μάθημα αναλύεται σε τρεις διαστάσεις:

- Γνωστική (Πώς σκέφτονται οι μαθητές για το μάθημα): Αφορά την αντίληψή τους για τη χρησιμότητα και τη δυσκολία του, καθώς και την αξία του για το μέλλον.
- Συναισθηματική (Πώς νιώθουν για το μάθημα): Περιλαμβάνει συναισθήματα όπως συμπάθεια ή αντιπάθεια, ενδιαφέρον ή πλήξη, καθώς και άγχος ή ικανοποίηση.
- Συμπεριφορική (Πώς δρουν οι μαθητές): Αφορά τη συμμετοχή, τη μελέτη και τη συνεργασία τους, ή αντίθετα την αποφυγή τους.

Επομένως, η στάση είναι μια σύνθετη αλληλεπίδραση σκέψης, συναισθήματος και δράσης (Bellido-Medina, et al., 2023). Η συναισθηματική στάση των μαθητών (όταν είναι θετική) συσχετίζεται θετικά με την απόδοσή τους, όχι άμεσα, αλλά μέσω της ενίσχυσης των ψυχολογικών πόρων και της μάθησης, δηλαδή

- του ακαδημαϊκού ψυχολογικού κεφαλαίου (academic psychological capital) – ελπίδα, αυτο-αποτελεσματικότητα, ανθεκτικότητα και αισιοδοξία και
- της ακαδημαϊκής εμπλοκής (academic engagement) – ενεργή συμμετοχή και δέσμευση στη μάθηση (Carmona-Halty, Salanova, Llorens, & Schaufeli, 2019).

Τα κίνητρα των μαθητών για μάθηση επηρεάζονται από παράγοντες όπως η σχέση που αναπτύσσουν με τον διδάσκοντα/ουσα, οι στρατηγικές μάθησης, το άγχος, η επίτευξη στόχων, η αυτοπεποίθηση και η σύνδεση με την καθημερινή ζωή (Schulze & van Heerden,

2015). Οι στάσεις των μαθητών απέναντι στις Φυσικές Επιστήμες (ΦΕ) διαμορφώνονται από ένα σύνολο αλληλεπιδρώντων ψυχολογικών και κοινωνικών παραγόντων. Αυτοί περιλαμβάνουν το άγχος τους, την αυτοεκτίμηση, την αντίληψη της αξίας των ΦΕ, τα κίνητρα μάθησης και την απόλαυση ενασχόλησης. Σημαντικό ρόλο παίζουν επίσης ο φόβος της αποτυχίας ή η επιφαινόμενη επιτυχία, καθώς και η στάση των συμμαθητών και των γονέων (Woolnough, 1994). Το αρχικό ενδιαφέρον του μαθητή για το αντικείμενο ενός μαθήματος αποτελεί την κινητήρια δύναμη για τη μαθησιακή του πορεία και διαφοροποιείται πολλές φορές ανάλογα με το φύλο. Η σύνδεση, επίσης, της επιστημονικής πράξης με την καθημερινή ζωή κρίνεται απαραίτητη, καθώς αποτελεί ένα από τα στοιχεία που συμβάλλουν στην αύξηση του ενδιαφέροντος και της συμμετοχής των παιδιών στο μάθημα των ΦΕ. Οι ερευνητές στον χώρο της εκπαίδευσης εκπονούν μελέτες που συνδέουν συναίσθημα, συμπεριφορά μαθητών και γνώση. Καταγράφουν και αναλύουν τα θετικά (π.χ. πάθος, ενθουσιασμός) και τα αρνητικά (π.χ. απογοήτευση, άγχος) συναισθήματα των μαθητών και τον αντίκτυπό τους στη μάθηση (Pons, Hancock, Lafortune, & Doudin, 2005). Το άγχος έχει εμφανείς συνέπειες στη μάθηση και αυξάνεται σε περιστάσεις με πίεση επιδόσεων όπου μπορεί να υπάρξει αποτυχία (Woolfolk, 1998). Ένα μέτριο επίπεδο άγχους αποτελεί κίνητρο ενεργοποίησης, οπότε λειτουργεί ευεργετικά στη μάθηση, ενώ το μεγάλο επίπεδο άγχους λειτουργεί ανασταλτικά. Η απουσία άγχους οδηγεί στην απάθεια και όχι στη μάθηση (Καψάλης, 2006).

Σε έρευνα τους οι D'Agostino, Spagnolo και Salvati (2022), χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα της αξιολόγησης μαθητών (PISA) 2015 για την Ιταλία, συσχέτισαν το άγχος των εξετάσεων με τη σχολική επίδοση. Αρχικά επιβεβαιώθηκε η αρνητική συσχέτιση μεταξύ άγχους και επιδόσεων. Έπειτα καταγράφηκε ότι το άγχος έχει μεγαλύτερη επίδραση στους καλούς μαθητές. Αυτό δεν εξηγείται από την έλλειψη προσπάθειας ή την κακή επίδοση στις εξετάσεις. Οι ευσυνείδητοι μαθητές με υψηλά κίνητρα ανησυχούν περισσότερο για την κακή βαθμολογία από τους μαθητές με συνεχή χαμηλή επίδοση (D'Agostino, Spagnolo & Salvati, 2022).

## **Συναισθηματική στάση για τις Φυσικές Επιστήμες – Ιστορική αναδρομή**

Από τα μέσα της δεκαετίας του 1970 και τις αρχές της δεκαετίας του 1980, οι επιστήμονες είχαν εντοπίσει το άγχος των μαθητών για τα μαθήματα των ΦΕ, κυρίως της Φυσικής και της Χημείας. Ο Davis (1981) είχε επισημάνει ότι αυτό το διάχυτο άγχος είχε ως αποτέλεσμα να κυριαρχήσει η πεποίθηση ότι δεν μπορούν, ανεξάρτητα από την προσπάθεια, να καταφέρουν και να κατανοήσουν έννοιες και δραστηριότητες από τα μαθήματα αυτά. Το αποτέλεσμα ήταν να απομακρύνονται ταλαντούχοι μαθητές, οι οποίοι θα μπορούσαν να σταδιοδρομήσουν σε κλάδους των ΦΕ.

Πολλοί εκπαιδευτικοί είχαν εντοπίσει το άγχος για τις ΦΕ κυρίως κατά τη διάρκεια των τεστ αξιολόγησης του μαθήματος, αλλά και στις μαθηματικές έννοιες που περιέχουν τα μαθήματα, όπως για παράδειγμα η Φυσική. Τη δεκαετία του 1980, είχε εντοπιστεί η αρνητική στάση πολλών μαθητών για τις εργαστηριακές ασκήσεις και για τη διερευνητική διδασκαλία (Davis, 1981). Κατά το παρελθόν και άλλοι ερευνητές προσπάθησαν να προσεγγίσουν το άγχος για τις ΦΕ βασιζόμενοι στη θεωρία του Jean Piaget για τη γνωστική ανάπτυξη. Ο Piaget διαπίστωσε ότι τα περισσότερα παιδιά μεταξύ 11 και 14 - 15 ετών, δηλαδή τα παιδιά των τελευταίων τάξεων του δημοτικού σχολείου και των τριών τάξεων του γυμνασίου, βρίσκονται στο στάδιο της τυπικής λογικής σκέψης. Ωστόσο, ορισμένες έρευνες δεν υποστηρίζουν αυτό το ηλικιακό εύρος, αλλά ότι ένα μεγάλο ποσοστό αυτών των μαθητών μπορεί να βρίσκεται

ακόμη και στο στάδιο της συγκεκριμένης λογικής σκέψης, δηλαδή στο προηγούμενο στάδιο γνωστικής ανάπτυξης (Herron, 1975). Το πέρασμα από το ένα γνωστικό στάδιο στο επόμενο καθορίζεται από παράγοντες ωρίμανσης, εμπειριών, κοινωνικής αλληλεπίδρασης και εξισορρόπησης. Έχοντας πιο επιτυχημένες εμπειρίες εξισορρόπησης, δηλαδή χωρίς να υπάρχει μεγαλύτερη διαφορά στη γνώση από τα προηγούμενα, το άγχος των διδασκόμενων μειώθηκε για το μάθημα της Χημείας (Beistel, 1975). Ο Herron (1975) είχε προτείνει τη χρήση μοντέλων και φιλμ στα οποία οι μαθητές θα έβλεπαν τον μικρόκοσμο στα διάφορα χημικά φαινόμενα, ενώ ο Alvaro (1978) πρότεινε ένα εργαλείο το οποίο μπορούν να χρησιμοποιούν οι εκπαιδευτικοί με σκοπό να μετρήσουν το άγχος των μαθητών για τις ΦΕ.

Η μελέτη των Simpson & Oliver (1990) σε εφήβους έδειξε τη μείωση της θετικής συναισθηματικής στάσης προς τις ΦΕ με την πρόοδο της ηλικίας. Οι μαθητές αισθάνονταν αυξανόμενη ανία και μειωμένη απόλαυση, κάτι που συνδέθηκε με χαμηλότερη επίδοση και λιγότερη επιθυμία συνέχισης σπουδών στις ΦΕ. Σε μελέτη των Reid & Skryabina (2002) οι μαθητές ανέφεραν ότι η Φυσική προκαλεί συχνά φόβο, άγχος και έλλειψη ευχαρίστησης, ιδίως λόγω των μαθηματικών της απαιτήσεων. Οι αρνητικές συναισθηματικές στάσεις συσχετίστηκαν με χαμηλή συμμετοχή και χαμηλή απόδοση. Σε ανασκόπησή τους οι Osborne, Simon & Collins (2003) δείχνουν πως οι μαθητές συχνά εκφράζουν αρνητικά συναισθήματα απέναντι στις ΦΕ, κυρίως λόγω της δυσκολίας, της αφηρημένης φύσης της ύλης και της έλλειψης σύνδεσης με την καθημερινή ζωή. Τονίζεται ότι οι αρνητικές στάσεις εντείνονται με την ηλικία. Η μελέτη των Barmby, Kind & Jones (2008) ανέδειξε ότι τα συναισθήματα των μαθητών για τις ΦΕ γίνονται πιο αρνητικά στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Η μειωμένη απόλαυση και η αυξημένη αδιαφορία και το άγχος σχετίστηκαν με μείωση του ενδιαφέροντος και της πρόθεσης για μελλοντικές σπουδές στον τομέα. Σε ανασκόπηση των Potvin & Hasni (2014) καταγράφεται ότι οι μαθητές παγκοσμίως βιώνουν αρνητικά συναισθήματα (άνια, άγχος, απογοήτευση) σε σχέση με τις ΦΕ, ιδιαίτερα στο γυμνάσιο και λύκειο. Οι συναισθηματικές αυτές αντιδράσεις αποτελούν βασικό λόγο μείωσης του ενδιαφέροντος για καριέρες στις επιστήμες.

Η εκπαίδευση στις ΦΕ ξεκινά από το νηπιαγωγείο και συνεχίζεται στο δημοτικό σχολείο, αλλά η μεγαλύτερη και βαθύτερη γνώση αποκτάται στο γυμνάσιο και στο λύκειο. Πολλοί ερευνητές έχουν ήδη επισημάνει την ανάγκη για διάγνωση των συναισθημάτων των μαθητών της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, με σκοπό να δοθούν οι βάσεις για ουσιαστική παρέμβαση στη βελτίωση της εκμάθησης των ΦΕ (Canada, Sanchez-Martin & Davila-Acedo, 2020). Ο φόβος, η απόρριψη ή το άγχος θα μπορούσαν να επηρεάσουν αρνητικά τη δυναμική των κινήτρων των μαθητών να ξεπεράσουν τις δυσκολίες στα μαθήματα των ΦΕ (Mellado et al., 2014). Σε πρόσφατη έρευνα στην Ισπανία, οι Davila-Acedo κ.ά. (2021) μελέτησαν τα συναισθήματα που βίωσαν οι μαθητές, στα μαθήματα Φυσικής και Χημείας κατά τα τελευταία δύο χρόνια της υποχρεωτικής δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Τα αποτελέσματα αποκάλυψαν ότι οι μαθητές βιώνουν κυρίως πιο θετικά συναισθήματα προς το περιεχόμενο της Χημείας παρά προς αυτό της Φυσικής. Οι μαθητές που βίωσαν θετικά συναισθήματα ως προς το περιεχόμενο της Χημείας τα συσχέτισαν με τον τρόπο με τον οποίο ο εκπαιδευτικός δίδαξε το θέμα, παρά με το ίδιο το περιεχόμενο. Τα αρνητικά συναισθήματα τα συσχέτισαν με το περιεχόμενο ύλης του μαθήματος, την αποκλειστική χρήση του σχολικού βιβλίου και την επίλυση προβλημάτων (Davila-Acedo et al., 2021).

## Συναισθηματική στάση των μαθητών στη Φυσική

Η έλλειψη συμμετοχής από ικανούς μαθητές και μαθήτριες στο μάθημα της Φυσικής συνδέεται με μειωμένες ευκαιρίες ανάπτυξης πεποιθήσεων αυτο-αποτελεσματικότητας και διαπροσωπικών δεξιοτήτων (Connolly, 2022). Αυτό οδηγεί σε μια στάση ότι η Φυσική δεν είναι για αυτούς. Σύμφωνα με τον Connolly (2022), μελέτες που ερευνούν μια σειρά από παράγοντες που επηρεάζουν το άγχος των μαθητών για το μάθημα της Φυσικής, όπως το ενδιαφέρον, η συμμετοχή, η αυτοπεποίθηση κ.ά. έδειξαν ότι οι μαθήτριες χάνουν ευκαιρίες να αναπτύξουν μια σχέση με τον καθηγητή της Φυσικής, καθώς δεν λαμβάνουν τόση άμεση ανατροφοδότηση για την πρόοδό τους, σε σύγκριση με τους συμμαθητές τους που θέλουν να αλληλεπιδράσουν με τον εκπαιδευτικό.

Το άγχος για τη Φυσική έχει βρεθεί ότι έχει παρόμοιο αντίκτυπο με το άγχος για τα Μαθηματικά στις συναισθηματικές καταστάσεις των μαθητών και έχει θεωρηθεί εξίσου σημαντικός με άλλους παράγοντες, όπως η αυτο-αποτελεσματικότητα των μαθητών (Sahin, Caliskan & Dilek, 2015). Οι Roth και Walshaw (2015) χρησιμοποίησαν το κοινωνικοπολιτισμικό πλαίσιο του Vygotsky για να διερευνήσουν το άγχος για τα Μαθηματικά στην τάξη και τόνισαν πώς αυτό προέρχεται από τις επιρροές του περιβάλλοντος της τάξης και τις σχέσεις που έχουν οι μαθητές με τον εκπαιδευτικό και τους συμμαθητές τους.

Βασιζόμενοι στην κοινωνικογνωστική θεωρία του Albert Bandura, σύμφωνα με την οποία η ανθρώπινη δράση προέρχεται από μια δυναμική σχέση μεταξύ προσωπικών, συμπεριφορικών και περιβαλλοντικών καθοριστικών παραγόντων, θα μπορούσαμε να δώσουμε μια πιθανή εξήγηση για το άγχος των μαθητών για τη Φυσική. Ένας βασικός προσωπικός καθοριστικός παράγοντας είναι η αυτο-αποτελεσματικότητα, δηλαδή η πεποίθηση ενός ατόμου ότι μπορεί να έχει επιτυχίες σε μια συγκεκριμένη επιδίωξη (Bandura, 1977).

Αν και υπάρχουν συγκριτικές μελέτες που υποστηρίζουν ότι οι μαθήτριες έχουν χαμηλότερη αυτο-αποτελεσματικότητα στο μάθημα της Φυσικής (Marshman, et al., 2018), αυτό ενδεχομένως να οφείλεται σε κοινωνικοπολιτισμικές προκαταλήψεις, καθώς και στον αντίκτυπο του περιβάλλοντος της τάξης με αυξημένα επίπεδα άγχους. Το αποτέλεσμα είναι οι μαθήτριες να αμφιβάλλουν για τις ικανότητές τους στη Φυσική. Επίσης, η συμμετοχή των μαθητών στα μαθήματα Φυσικής γυμνασίου, ως παράγοντα ενίσχυσης της αυτοαντίληψης των αγοριών, οφείλεται εν μέρει στην αίσθηση ότι γίνονται έγκυροι συμμετέχοντες στην τάξη με μεγαλύτερη αυτοπεποίθηση και ενδυνάμωση, δηλαδή μεγαλύτερη αίσθηση προσωπικής δράσης (Hazari, Sonnert, Sadler & Shanahan, 2010).

Βέβαια εξωτερικοί παράγοντες επιτείνουν αρνητικές συναισθηματικές στάσεις έναντι της Φυσικής. Σε μελέτη τους οι Vlachos, Stylos & Kotsis (2024) έδειξαν ότι οι δάσκαλοι της Πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στην Ελλάδα αντιμετωπίζουν σημαντικές δυσκολίες στη διδασκαλία των Φυσικών Επιστημών με απλά πειράματα. Τα κύρια εμπόδια είναι ο περιορισμένος χρόνος, η έλλειψη κατάλληλου εξοπλισμού, και ο φόβος ότι τα πειράματα μπορεί να μην πετύχουν. Επιπλέον, η εμπειρία και η επιμόρφωση επηρεάζουν τη διάθεση των εκπαιδευτικών να εντάξουν πειραματικές δραστηριότητες στην τάξη, με τους πιο έμπειρους ή επιμορφωμένους να δείχνουν μεγαλύτερη αυτοπεποίθηση και προθυμία. Σύμφωνα με την έρευνα των Anagnostopoulou et al. (2017), οι Έλληνες μαθητές λυκείου με άγχος και κατάθλιψη παρουσιάζουν περιορισμένη κατανόηση της Νευτώνειας Φυσικής. Η διδασκαλία, επικεντρωμένη σε θεωρία και ακαδημαϊκή αξιολόγηση, χωρίς ενεργητική

συμμετοχή ή πρακτικές εφαρμογές, ενισχύει άγχος και απογοήτευση, επηρεάζοντας αρνητικά τη μάθηση. Σε μελέτη του Calalb, M. (2023) δείχτηκε ότι η ενσωμάτωση διαρθρωτικών διδακτικών προσεγγίσεων στη Φυσική (αντί της αυστηρής υλοκεντρικής διδακτικής προσέγγισης), όπως η διερευνητική μάθηση, η μάθηση μέσω προβλημάτων, η μάθηση μέσω έργων και οι μελέτες περίπτωσης, ενισχύουν τη συμμετοχή των μαθητών και την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης.

Πρέπει να υποστηριχθούν όλοι οι μαθητές που έχουν πιο θετικές αντιλήψεις για τις δυνατότητές τους και να αναπτυχθούν περιβάλλοντα χωρίς αποκλεισμούς. Με τον τρόπο αυτό θα ενισχυθεί η αίσθηση της προσωπικής και συλλογικής δράσης των μαθητών και των μαθητριών. Επίσης, θα πρέπει να λαμβάνονται περισσότερο υπόψη η συναισθηματική κατάσταση των μαθητών και το παιδαγωγικό κλίμα της τάξης στη διδασκαλία της Φυσικής.

### **Συναισθηματική στάση των μαθητών στη Χημεία**

Γενικά το άγχος για τη Χημεία και τις χημικές ουσίες, που αποτελεί το φαινόμενο της «χημειοφοβίας», εξακολουθεί να υπάρχει σε πολλές χώρες και περιλαμβάνει τόσο τον φόβο για τις χημικές ουσίες, όσο και τον φόβο για το μάθημα της Χημείας (Eddy, 2000). Πολλοί άνθρωποι επηρεασμένοι κυρίως από τα μέσα μαζικής ενημέρωσης πιστεύουν ότι σχεδόν όλες οι χημικές ουσίες στο εργαστήριο είναι τοξικές και επιβλαβείς για την υγεία τους (Less-Haley, 1997).

Το άγχος για τη Χημεία επηρεάζει αρνητικά. Ένας από τους λόγους μπορεί να είναι ο φόβος της αξιολόγησης. Σε κάποιες περιπτώσεις η εξέταση μπορεί να προκαλέσει διανοητικό μπλοκ και μπορεί να κάνει τους μαθητές να αισθάνονται ανεπαρκείς, απογοητευμένοι και πανικοβλημένοι (Ellis, 1993). Μερικοί μαθητές μπορεί να φοβούνται να εργαστούν με τα χημικά αντιδραστήρια, να χρησιμοποιήσουν εργαστηριακό εξοπλισμό, να ακολουθήσουν διαδικασίες ή να συλλέξουν δεδομένα σε εργαστηριακό περιβάλλον (Bowen, 1999).

Οι Widanski και McCarthy (2009) μελέτησαν τους τομείς στους οποίους οι σπουδαστές κολλεγίων είχαν το περισσότερο άγχος. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι πρώτο σε βαθμολογία ήταν το άγχος για την αξιολόγηση εργασιών και τις εξετάσεις, δεύτερο το άγχος χειρισμού των χημικών αντιδραστηρίων και οργάνων στο εργαστήριο και τρίτο το άγχος εκμάθησης της Χημείας. Επίσης, περισσότερο άγχος διέγνωσαν στις σπουδάστριες και σε άτομα που δεν είχαν διδαχθεί στο παρελθόν Χημεία σε ικανοποιητικό επίπεδο.

Η μελέτη των Salta & Tzougraki (2004) έδειξε ότι οι Έλληνες μαθητές λυκείου έδειξαν συχνά αρνητική συναισθηματική στάση απέναντι στη Χημεία, εκφράζοντας ότι το μάθημα είναι δύσκολο και όχι ιδιαίτερα ευχάριστο. Η απογοήτευση και η έλλειψη αυτοπεποίθησης συνδέθηκαν με χαμηλότερη διάθεση ενασχόλησης. Σε μελέτη των Gkitzia, Salta & Tzougraki (2011) αναδεικνύεται ότι οι χημικές αναπαραστάσεις που περιλαμβάνονται στα σχολικά εγχειρίδια είναι συχνά ασαφείς ή ανεπαρκώς συνδεδεμένες μεταξύ τους, με αποτέλεσμα δυσκολία στην εκμάθησή τους. Αυτές οι εγγενείς «θεωρητικές»/συμβολικές δυσκολίες στα εγχειρίδια και στη διδασκαλία (χωρίς σαφή γέφυρα προς το πρακτικό/καθημερινό νόημα) συμβάλλουν σε σύγχυση και αποθάρρυνση των μαθητών, δηλαδή σε αρνητική στάση απέναντι στη Χημεία. Σε μελέτη των Salta, Gekos, Petsimeri & Koulougliotis (2012) μέσω συνεντεύξεων με καθηγητές στην Ελλάδα, εντοπίστηκαν ότι παράγοντες όπως ο περιορισμένος διδακτικός χρόνος, το φορτίο θεωρίας, η έλλειψη εργαστηριακής/πρακτικής εμπειρίας και η αντίληψη «μη χρηστικότητας» επηρεάζουν αρνητικά το ενδιαφέρον και τις

επιλογές των μαθητών (π.χ. να μην ακολουθήσουν χημεία). Τα ευρήματα υποστηρίζουν ότι η ακαδημαϊκοκεντρική διδασκαλία συμβάλλει στην αρνητική συναισθηματική στάση και στην αποφυγή χημικών σπουδών.

Η αναγνώριση της ύπαρξης του άγχους της Χημείας είναι το πρώτο βήμα για τη μείωση των αρνητικών στάσεων απέναντι στη συγκεκριμένη επιστήμη. Η αλλαγή αυτών των αρνητικών στάσεων θα οδηγήσει σε αυξημένη συμμετοχή, επιτυχία και διατήρηση σημαντικού αριθμού μαθητών στα μαθήματα Χημείας. Η βελτίωση της στάσης των μαθητών θα έχει θετικό αντίκτυπο στη χημική εκπαίδευση, την έρευνα και την οικονομική ανάπτυξη των χημικών βιομηχανιών.

## Συναισθηματική στάση των μαθητών στη Βιολογία

Το ενδιαφέρον του μαθητή για το μάθημα και το άγχος που του δημιουργείται είναι έννοιες σχεδόν αντιστρόφως ανάλογες. Το είδος των ερωτήσεων (αν απαιτούν ή όχι κριτική σκέψη ή αν δημιουργούν ενδιαφέρον για την επόμενη διδακτική ώρα) και ο τόνος της φωνής του εκπαιδευτικού είναι σημαντικοί παράγοντες για την αύξηση του ενδιαφέροντος. Το κλίμα της τάξης, επίσης, πρέπει να είναι ευχάριστο και η παρουσίαση του μαθήματος να γίνεται με ενθουσιασμό από τον εκπαιδευτικό, με τον προβληματισμό του μαθητή, τη χρήση χιούμορ και την επίδειξη ανεκτικότητας (Τριλιανός, 2008). Η Βιολογία όπως και οι υπόλοιπες ΦΕ διαθέτουν ένα σημαντικό εργαλείο μάθησης, το πείραμα. Το πείραμα οδηγεί στη διερεύνηση της γνώσης διεγείροντας την περιέργεια του μαθητή. Με το πείραμα ο μαθητής μετατρέπεται σε μικρός ερευνητής (Στασινάκης, 2016).

Οι England, Brigati, Schussler & Chen το 2019 ερεύνησαν το μαθητικό άγχος και την αντίληψη της δυσκολίας ως επιρροή στη διάρκεια της απόδοσης στα εισαγωγικά μαθήματα Βιολογίας. Οι μαθητές ανταποκρίθηκαν στις δραστηριότητες της τάξης με ποικίλα συναισθήματα που μπορούν να επηρεάσουν την επιτυχία τους στο μάθημα. Οι μαθητές στα εισαγωγικά μαθήματα Βιολογίας ανέφεραν μόνοι τους ως τύπους άγχους τη γενική τους τάξη, το τεστ, την επικοινωνία το κοινωνικό άγχος και την αντίληψη της δυσκολίας του μαθήματος.

Η έρευνα των Mavrikaki et al. (2012) έδειξε ότι ένα μεγάλο ποσοστό μαθητών έχει ουδέτερες έως αρνητικές στάσεις προς τη Βιολογία και επισημαίνει ότι «το ελληνικό δευτεροβάθμιο σχολείο βασίζεται στην επανάληψη γνώσεων και όχι στην ενίσχυση του ενδιαφέροντος και της κριτικής σκέψης», δηλαδή η δασκαλοκεντρική σχολική πρακτική σχετίζεται με το μειωμένο ενδιαφέρον και αρνητική συναισθηματική στάση. Σε μελέτη τους οι Prinou, Halkia & Skordoulis (2008) τεκμηριώνουν πως η περιθωριοποίηση της εξελικτικής θεωρίας στο ελληνικό σχολικό πρόγραμμα (λόγω συστημικών επιλογών) οδηγεί σε ελλιπή δόμηση εννοιών, που τους καθιστά ευάλωτους σε λανθασμένες ιδέες σχετικά με την ερμηνεία του κόσμου, καθώς και σε μείωση της θετικής συναισθηματικής στάσης απέναντι στη βιολογία. Σε μελέτη των Stasinakis & Athanasiou (2016) καταγράφεται ότι πολλοί βιολόγοι-εκπαιδευτικοί στην Ελλάδα έχουν ελλείψεις στην Παιδαγωγική Γνώση Περιεχομένου (PCK) για τη διδασκαλία κρίσιμων βιολογικών θεμάτων (π.χ. εξέλιξη). Ο συνδυασμός με έμφαση στη θεωρία-αποστήθιση, συμβάλλει σε ανεπαρκή διδασκαλία που επηρεάζει αρνητικά την κατανόηση και τη συναισθηματική στάση των μαθητών.

Τέλος, το βιβλίο του εκπαιδευτικού της Βιολογίας Α΄ Γυμνασίου (ΟΕΔΒ, 2007) καταγράφει: «Σύμφωνα με το ίδιο μοντέλο, ο μαθητής κατασκευάζει τη δική του προσωπική γνώση, ερμηνεύει την πραγματικότητα με το δικό του τρόπο, σύμφωνα με τις δικές του ιδέες και

νοητικές δομές. Η γνώση ως προσωπικό κατασκεύασμα δεν μπορεί να είναι αντικειμενική, αλλά προσωπικά και κοινωνικά προσδιορισμένη» (Μαυρικάκη, Γκούβρα, & Καμπούρη, 2007). Στο μαθητή παρουσιάζονται «βολικά» μοντέλα ικανοποιητικά για τις μαθησιακές απαιτήσεις της ηλικίας του. Έτσι οδηγείται σε μια σχετικιστική αντίληψη για την επιστήμη και απομακρύνεται από το βασικό ρόλο της: να εξηγήσει τι συμβαίνει στον κόσμο. Βέβαια ο μαθητής δεν μπορεί να διδαχτεί λεπτομερή Μοριακή Βιολογία στο Γυμνάσιο, μπορεί όμως να κατανοήσει ιστορικά, την εξέλιξη των θεωριών και πώς ο ίδιος μέσα από τη μαθησιακή του πορεία, θα αφομοιώνει αυτή την εξέλιξη (Καργόπουλος, 2020).

## Συμπεράσματα –Προτάσεις

Η βιωματική μάθηση είναι ένα όπλο στην καταπολέμηση του άγχους των μαθητών στις ΦΕ, υπάρχουν όμως δυσκολίες στην ενσωμάτωση της στη μαθητική καθημερινότητα. Αντίθετα, η βιωματική μάθηση είναι σχετικά εύκολο να επιτευχθεί με δράσεις εκτός τάξης. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελούν οι επισκέψεις σε μουσεία, όπως σε αυτά της Φυσικής Ιστορίας. Μια επίσκεψη βέβαια σε μουσείο είναι σημαντικό να σχεδιάζεται με δράσεις πριν (προετοιμασία μαθητών), κατά τη διάρκεια (παρατήρηση συγκεκριμένων εκθεμάτων) και μετά την επίσκεψη (συμπλήρωση φύλλων εργασίας) (Μιχάλη, 2021). Επίσης, στα προγράμματα αγωγής υπαίθρου δραστηριοποιούνται και διαπαιδαγωγούνται οι μαθητές σε υπαίθριο χώρο. Ο στόχος είναι η κινητική ενεργοποίηση των μαθητών και η ανάπτυξη ενδιαφέροντος για θέματα περιβάλλοντος βάση των πρακτικών της βιωματικής εκπαίδευσης (Κουθούρης, 2009).

Σε πολλές χώρες (όπως και στην Ελλάδα), στην αρχή της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, οι ΦΕ ξεκινούν να διδάσκονται ως ξεχωριστά μαθήματα. Σήμερα οι εκπαιδευτικοί ενθαρρύνονται για συνολική θεώρηση των αντικειμένων (όπως, Φυσική, Χημεία, Βιολογία) όπου αυτό είναι δυνατό (Forsthuber, Motiejunaite, de Almeida Coutinho, Baidak, Horvath, & Kosinska, 2011). Η διαθεματική θεώρηση μέσα στο φάσμα των ΦΕ δίνει τη δυνατότητα ενεργοποίησης των μαθητών που είναι δυνατοί μαθησιακά στο ένα αντικείμενο και αδύνατοι στο άλλο, οδηγώντας σε μείωση του άγχους. Η διεπιστημονική μάθηση χαρακτηρίζεται ως μια προοπτική ιδανική για τη μελέτη της πολυπλοκότητας του φυσικού συστήματος (You, 2017).

Η σύγχρονη Φυσική προσπαθεί να ενσωματώσει καινοτομία και έρευνα στο πρόγραμμα σπουδών, ωθώντας τους μαθητές να αντεπεξέλθουν και να διαχειριστούν τα ερμηνευτικά προβλήματα. Για τη μείωση του άγχους στο μάθημα της Φυσικής πρέπει αρχικά να κατανοηθούν από τους μαθητές οι βασικές έννοιες, να γίνει αντιληπτό ότι οι μαθηματικές και οι θεωρητικές πτυχές ενός θέματος συνδέονται άμεσα και να γίνεται απομνημόνευση τουλάχιστον των απλών εξισώσεων (τύπων). Η Φυσική βέβαια χρειάζεται εξάσκηση σε θεματολογία διαβαθμιζόμενης δυσκολίας, εφαρμογή των εννοιών για επίλυση προβλημάτων, διαγραμματική απεικόνιση του προβλήματος και της επίλυσής του. Η αλληλεπίδραση, επίσης, με τον εκπαιδευτικό και με συμμαθητές, για την κατανόηση εννοιών και επίλυσης προβλημάτων είναι απαραίτητη. Η γνώση των αρχών των Μαθηματικών είναι μια μέθοδος βελτίωσης της ικανότητάς των μαθητών να επιλύουν προβλήματα Φυσικής (Michellini, Santi & Stefanel, 2014), αλλά και η μείωση των πολυάριθμων ασκήσεων και προβλημάτων Φυσικής που η δυσκολία τους είναι περισσότερο αλγοριθμική.

Σε ό,τι αφορά τη Χημεία γίνεται προσπάθεια να αναφέρεται το περιεχόμενο της σε πραγματικά και καθημερινά ζητήματα, με κέντρο τη διεπιστημονική φύση της, γεγονός που θα αυξήσει τα κίνητρα των μαθητών. Για τη μείωση του άγχους στο μάθημα της Χημείας χρειάζεται η σταδιακή αφομοίωση των βασικών εννοιών και μετά των πιο σύνθετων. Πρέπει οι μαθητές προς αποφυγή του άγχους να θέτουν επιμέρους στόχους και να αποφεύγουν να θέτουν απευθείας μεγαλύτερους, συνδυάζοντας την επίτευξη των στόχων με κατάλληλες επαναλήψεις. Η εξάσκηση είναι η αποτελεσματικότερη τεχνική για τη μείωση του άγχους της Χημείας. Ορισμένες φορές οι μαθητές θα χρειαστεί να χρησιμοποιήσουν τεχνικές απομνημόνευσης. Η διαρκής επικοινωνία με εκπαιδευτικούς και συμμαθητές είναι απαραίτητο στοιχείο στην προσπάθεια μείωσης του άγχους. Επειδή οι μεταγενέστερες γνώσεις απαιτούν την κατανόηση των προγενέστερων δεν πρέπει οι μαθητές να δημιουργούν κενά γνώσεων (Mandler, Mamllok-Naaman, Blonder, Yayon & Hofstein, 2012).

Η διδακτική της Βιολογίας προσπαθεί να ενσωματώσει καινοτόμες και εξειδικευμένες πρακτικές για κάθε τμήμα της βιολογικής επιστήμης. Για τη μείωση του άγχους στο μάθημα της Βιολογίας, με δεδομένο ότι όλοι οι μαθητές αγαπούν τη ζωή, είναι εύκολο να πειστούν ότι η Βιολογία που είναι η επιστήμη που τη μελετά, είναι ελκυστική. Οι μαθητές πρέπει να αντιληφθούν ότι στους όρους που τους φαίνονται δύσκολοι και τους αγχώνουν, συνήθως η ετυμολογία των ελληνικών όρων μαρτυρά και την έννοια. Η απεικόνιση της ύλης με διαγράμματα, προπλάσματα, εννοιολογικούς χάρτες βοηθά στην απομνημόνευση και τη μείωση του άγχους. Το καθημερινό διάβασμα, η επανάληψη, η εφαρμογή τεχνικών απομνημόνευσης η διδασκαλία της εξέλιξης και η σημασία της για την πληρέστερη ερμηνεία του κόσμου και η αλληλεπίδραση με δασκάλους και συμμαθητές κρίνονται απαραίτητα (Machar, Cincera, Vranova, Pechanec, Kilianova & Malkova, 2014).

Η χρήση του πραγματικού εργαστηρίου χαρακτηρίζεται από σφάλματα, στατιστική, χρήση συσκευών, ασφάλεια και το ζωντανό αποτέλεσμα. Τα παραπάνω θα μπορούσαν να είναι αφορμές ώστε να αυξηθεί το ενδιαφέρον για απόκτηση της γνώσης, στους μαθητές που δεν αντιμετωπίζουν άγχος για το μάθημα. Στους μαθητές όμως που δεν έχουν αφομοιώσει τις θεωρητικές έννοιες μπορεί να εντείνει το άγχος. Το εικονικό εργαστήριο, αντίθετα, είναι ένα εργαλείο που δίνει τη δυνατότητα για πιο λεπτομερείς αναπαραστάσεις και μάλιστα κατ' επανάληψη, δίνοντας τη χρονική δυνατότητα στο μαθητή να προσεγγίσει καλύτερα τις έννοιες και να μειώσει το άγχος (Αναστασάκης, 2023).

Η Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια εκπαίδευση στην Ελλάδα βρίσκεται σε αναμονή νέων σχολικών εγχειριδίων που θα υποστηρίζουν τα νέα προγράμματα σπουδών. Σε ό,τι αφορά τις ΦΕ επιφέρουν καινοτομίες, όπως ενίσχυση της μαθητοκεντρικής διδασκαλίας και η ενσωμάτωση του εργαστηρίου στο βασικό σχολικό εγχειρίδιο. Θεωρητικά τα μαθήματα των ΦΕ θα γίνουν πιο προσιατά στους μαθητές αυξάνοντας τη θετική μαθητική συναισθηματική στάση και μειώνοντας συναισθήματα όπως άγχος, φόβος, πλήξη και μειωμένο ενδιαφέρον.

Οι Maddi και Kobasa καταγράφουν: «η ενίσχυση της ανθεκτικότητας των μαθητών αποτελεί για τον εκπαιδευτικό πρωτεύοντα στόχο. Η ανθεκτικότητα συγκροτείται από συνδυασμό τριών στάσεων που ωθούν το άτομο να αντιμετωπίσει καταστάσεις στρες. Αρχικά η στάση της δημιουργικής ενασχόλησης, έπειτα η στάση ελέγχου του περιβάλλοντος και τέλος η στάση αντιμετώπισης των δυσκολιών όχι ως απειλή αλλά ως πρόκληση» (Maddi & Kobasa, 1984). Πρέπει όλοι οι διδάσκοντες των ΦΕ να αλληλεπιδρούν με τους μαθητές αλλά και τους κηδεμόνες τους, ώστε να επιτευχθεί η ενίσχυση της ανθεκτικότητας των μαθητών.

Θα παρουσίαζε μεγάλο πιστεύουμε ενδιαφέρον η διενέργεια έρευνας σχετικά με τη συναισθηματική στάση των μαθητών στις ΦΕ μετά την εφαρμογή των νέων προγραμμάτων σπουδών.

## Αναφορές

- Alvaro, R. (1978). *The effectiveness of a science-therapy program on science-anxious undergraduates* (PhD diss.). Chicago: Loyola University.
- Anagnostopoulou, A., Kyprianou, M., Rota, A., Pavlatou, E. & Zaphiris, L. (2017). Correlation of understanding of physics and psychological symptoms among high-school students in Greece. *Phys. Educ.* 52 (5), pp 1-7.
- Bandura, A. (1977). Self-efficacy: toward a unifying theory of behavioral change. *Psychological review*, 84(2), 191-215.
- Barmby, P., Kind, P. M., & Jones, K. (2008). Examining changing attitudes in secondary school science. *International Journal of Science Education*, 30(8), 1075–1093.
- Beistel, D. W. (1975). A Piagetian Approach to General Chemistry. *Journal of Chemical Education*, 52, 151-152.
- Bellido-Medina, R., Lazo-Manrique, M. C., Lazo-Manrique, A. P., Asillo-Apaza, Y. Y., Martinez-Martinez, R. L., Aguilar-Del Carpio, D. E., Bedoya-Zaira, G. A., Banda-Cardenas, J. D., & Calizaya-Lopez, J. (2023). Attitude, Motivation, Anxiety, and Academic Performance During the Learning Process in Students at Public Universities in Peru. *Journal of Higher Education Theory and Practice*, 23(15).
- Bowen, C. W. (1999). Development and score validation of a chemistry laboratory anxiety instrument (CLAI) for college chemistry students. *Educational and Psychological Measurement*, 59(1), 171–185.
- Calalb, M. (2023). The Constructivist Principle of Learning by Being in Physics Education. *Athens Journal of Education*, 10(1), 1–22.
- Canada, F., Sanchez-Martin, J., & Davila-Acedo, M. A. (2020). Cognitive and emotional learning of chemical reactions. In A. Caamano (Ed.), *Teaching chemistry. From substances to chemical reactions* (pp. 181–191). Barcelona: Grao.
- Carmona-Halty, M., Salanova, M., Llorens, S., & Schaufeli, W. B. (2019). Linking positive emotions and academic performance: The mediated role of academic psychological capital and academic engagement. *Current Psychology*, 40(6), 2938–2947.
- Connolly, J. (2022). The Impact of Physics Anxiety on Personal and Collective Agency in the Physics Classroom. Fostering scientific citizenship in an uncertain world (*Proceedings of ESERA 2021 online conference*). Braga: CIEC, University of Minho, Portugal.
- D'Agostino, A., Schirripa Spagnolo, F., & Salvati, N. (2022). Studying the relationship between anxiety and school achievement: evidence from PISA data. *Statistical Methods & Applications*, 31, 1–20.
- Davila-Acedo, M. A., Canada, F., Sanchez-Martina, J., Airado-Rodriguez, D., & Melladoa, V. (2021). Emotional performance on physics and chemistry learning: the case of Spanish K-9 and K-10 students. *International Journal of Science Education*, 43(6), 823–843.
- Davis, G. (1981) "Science Anxiety: How Can We Reduce It?" *Iowa Science Teachers Journal*, 18(1), 40-43.
- Eddy, R. M. (2000). Chemophobia in the college classroom: Extent, sources, and student characteristics. *Journal of Chemical Education*, 77(4), 514-517.
- Ellis, A. B. (1993). Test insurance: A method that may enhance learning and reduce anxiety in introductory science examinations. *Journal of Chemical Education*, 70(9), 768–770.
- England, B. J., Brigati, J.R., Schussler, E.E. & Chen, M.M. (2019). Student Anxiety and Perception of Difficulty Impact Performance and Persistence in Introductory Biology Courses. *CBE—Life Sciences Education*, 18(21), 1–13.

- Forsthuber, B., Motiejunaite, A., de Almeida Coutinho, A. S., Baidak, N., Horvath, A., & Kosinska, R. (2011). *Science Education in Europe: National Policies, Practices and Research*. European Commission. (A. Delhaxhe, Ed.) Brussels: Education, Audiovisual and Culture Executive Agency.
- Gkitzia, V., Salta, K., & Tzougraki, C. (2011). Development and application of suitable criteria for the evaluation of chemical representations in school textbooks. *Chemistry Education Research and Practice*, 12(1), 5–14.
- Hazari, Z., Sonnert, G., Sadler, P. M., & Shanahan, M. C. (2010). Connecting high school physics experiences, outcome expectations, physics identity, and physics career choice: A gender study. *Journal of Research in Science Teaching*, 47(8), 978-1003.
- Herron, J. D. (1975). Piaget for Chemists. *Journal of Chemical Education*, 52, 146-150.
- Less-Haley, P. R. (1997). Neurobehavioral assessment in toxic injury evaluations. *Applied Neuropsychology*, 4(3), 180–190.
- Machar, I., Činčera, J., Vránová, O., Pechanec, V., Kiliánová, H., & Málková, J. (2014). Innovation in biology and environmental education didactics in pre-graduate training of secondary biology teachers in the context of current changes in the education system. *The New Educational Review*, 37, 31-42.
- Maddi, S., & Kobasa, S. (1984). *The Hardy Executive: Health Under Stress*. Chicago, IL: Dorsey, in Κάμπτσιος, Σ., & Καραγιαννοπούλου, Ε. (2013). *Ανθεκτικότητα, ακαδημαϊκή ανθεκτικότητα και η σημασία τους στη μάθηση. Μια σύντομη βιβλιογραφική επισκόπηση*. Παιδαγωγική επιθεώρηση 55.
- Mandler, D., Mamlok-Naaman, R., Blonder, R., Yayon, M., & Hofstein, A. (2012). Highschool chemistry teaching through environmentally oriented curricula. *Chemistry Education Research and Practice*, 13(2), 80-92.
- Marshman, E., Kalender, Z., Nokes-Malach, T., Schunn, C., & Singh, C. (2018). Female Students with A's Have Similar Physics Self-Efficacy as Male Students with C's in Introductory Courses: A Cause for Alarm? *Physical Review Physics Education Research*, 14(2), 020123(17).
- Mavrikaki, E., Koumparou, H., Kyriakoudi, M., Papacharalampous, I., & Trimandili, M. (2012). Greek secondary school students' views about biology. *International Journal of Environmental & Science Education*, 7(2), 217–232.
- Mellado, V., Borrachero, A. B., Brigido, M., Melo, L. V., Davila, M. A., Canada, F., Conde, M. C., Costillo, E., Cubero, J., Esteban, R., Martinez, G., Ruiz, C., Sanchez, J., Garritz, A., Mellado, L., Vazquez, B., Jimenez, R., & Bermejo, M. L. (2014). Emotions in science teaching. *Ensenanza de Las Ciencias*, 32(3), 11–36.
- Michelini, M., Santi, L., & Stefanel, A. (2014). Teaching modern physics in secondary school. *Proceedings of Science*, 14, 1–10.
- Osborne, J., Simon, S., & Collins, S. (2003). Attitudes towards science: A review of the literature and its implications. *International Journal of Science Education*, 25(9), 1049–1079.
- Pons, F., Hancock, D., Lafortune, L., & Doudin, P. A. (2005). *Emotions in Learning*. Aalborg: Aalborg University Press.
- Potvin, P., & Hasni, A. (2014). Interest, motivation and attitude towards science and technology at K–12 levels: A systematic review of 12 years of educational research. *Studies in Science Education*, 50(1), 85–129.
- Prinou, L., Halkia, L., & Skordoulis, C. (2008). What conceptions do Greek school students form about biological evolution? *Evolution: Education and Outreach*, 1(3), 312–317.
- Reid, N., & Skryabina, E. A. (2002). Attitudes towards physics. *Research in Science & Technological Education*, 20(1), 67–81.
- Roth, W. M., & Walshaw, M. (2015). Rethinking affect in education from a societal-historical perspective: The case of mathematics anxiety. *Mind, Culture, and Activity*, 22(3), 217-232.
- Sahin, M., Caliskan, S., & Dilek, U. (2015). Development and Validation of the Physics Anxiety Rating Scale. *International Journal of Environmental and Science Education*, 10(2), 183-200.
- Salta, K., & Tzougraki, C. (2004). Attitudes toward chemistry among 11th grade students in high schools in Greece. *Science Education*, 88(4), 535–547.

- Salta, K., Gekos, M., Petsimeri, I., & Koulougliotis, D. (2012). Discovering factors that influence the decision to pursue a chemistry-related career: A comparative analysis of the experiences of non-scientist adults and chemistry teachers in Greece. *Chemistry Education Research and Practice*, 13, 437–446.
- Schulze, S., & van Heerden, M. (2015). Learning environments matter: Identifying influences on the motivation to learn science. *South African Journal of Education*, 35(2), 1–9.
- Simpson, R. D., & Oliver, J. S. (1990). A summary of major influences on attitude toward and achievement in science among adolescent students. *Science Education*, 74(1), 1–18.
- Stasinakis, P. K., & Athanasiou, K. (2016). Investigating Greek biology teachers' attitudes towards evolution teaching with respect to their pedagogical content knowledge: Suggestions for their professional development. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12(6), 1605–1617.
- Vlachos, I., Stylos, G., & Kotsis, K. T. (2024). Primary school teachers' attitudes towards experimentation in physics teaching. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 12(1), 60–70.
- Widanski, B. B., & McCarthy, W. C. (2009). Assessment of chemistry anxiety in a two-year college. *Journal of Chemical Education*, 86(12), 1447–1449.
- Woolfolk, A. E. (1998). *Educational psychology*, (p. 397). Boston: Allyn, Bacon.
- Woolnough, B. (1994). *Effective science teaching*. Buckingham: Open University Press.
- You, H. S. (2017). Why teach science with an interdisciplinary approach: History, trends, and conceptual frameworks. *Journal of Education and Learning*, 6(4), 66–77.
- Zohar A., & Bronshtein B. (2005). Physics teacher's knowledge and beliefs regarding girls' low participation rates in advanced physics classes. *International Journal of Science Education*, 27(1), 61-77.
- Αναστασάκης, Ν. (2023). Οι παραδοσιακές εργαστηριακές διατάξεις στη διδασκαλία των Φυσικών Επιστημών. *MUSED*, 106-115. <https://doi.org/10.26220/mused.4957> προσπελάστηκε 1/9/2024.
- Καργόπουλος, Α. (2020). Η επιρροή του κονστрукτιβισμού στα αναλυτικά προγράμματα, στα σχολικά εγχειρίδια και στη διδασκαλία των φυσικών επιστημών - οι επιπτώσεις στην αντίληψη των μαθητών για το φυσικό κόσμο. Α.Π.Θ. Διδακτορική διατριβή, (σ. 26-29). <https://ikee.lib.auth.gr/record/320380/files/Kargopoulos.pdf> προσπελάστηκε 27/08/2024.
- Καψάλης, Α. (2006). *Παιδαγωγική Ψυχολογία*, (σ. 593). Θεσσαλονίκη: Αφοί Κυριακίδη.
- Κουθούρης, Χ. (2009). *Υπαίθριες δραστηριότητες αναψυχής-ακραία αθλήματα μάνατζμεντ υπηρεσιών-εκπαίδευση στελεχών*. Θεσσαλονίκη: Χριστοδουλίδης.
- Μαυρικάκη, Ε., Γκούβρα, Μ., & Καμπούρη, Α. (2007). *Βιολογία Α` Γυμνασίου*. Βιβλίο καθηγητή (σ. 15). Αθήνα: ΟΕΔΒ.
- Μιχάλη, Μ. (2021). Εικονικό μουσείο, λογοτεχνία και μουσειοπαιδαγωγικές δραστηριότητες. Μια διδακτική πρόταση προς αξιοποίηση. *Έρκυνα, Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών–Επιστημονικών Θεμάτων*, 22., 19-29.
- Στασινάκης, Π. (2016). Οι ιδιαιτερότητες της Βιολογίας ως πρόκληση για τη χρήση των ΤΠΕ στη Διδακτική της Βιολογίας. *Νέος Παιδαγωγός*, 7, 172-187.
- Τριλιανός, Α. Θ. (2008). *Μεθοδολογία της Σύγχρονης Διδασκαλίας. Καινοτόμες Επιστημονικές Προσεγγίσεις στη Διδακτική πράξη* (Τόμος Α & Β). Αθήνα: Αθηνά.

## Η αξιοποίηση κινηματογραφικών ταινιών στο Λύκειο: Η ταινία «Ο Πιανίστας» του Πολάνσκι

Στέλλα Παντζαρτζή  
[spantzartzi@gmail.com](mailto:spantzartzi@gmail.com)

Φιλολόγος, MEd στην Ειδική Αγωγή, TESOL Diploma, MA στη Δημιουργική Γραφή

**Περίληψη.** Σε αυτό το προτεινόμενο διδακτικό σενάριο αξιοποιείται η ταινία *Ο Πιανίστας* του Ρομάν Πολάνσκι, ως εργαλείο προσέγγισης του Ολοκαυτώματος στο μάθημα της Ιστορίας ή στο πλαίσιο της Ημέρας Μνήμης του Ολοκαυτώματος (27 Ιανουαρίου), αξιοποιώντας μία ποικιλία τεχνικών διαφοροποιημένης διδασκαλίας. Στόχος είναι η ανάπτυξη της ιστορικής σκέψης και συνείδησης μέσω βιωματικών δραστηριοτήτων, η καλλιέργεια της ενσυναίσθησης και η ενίσχυση της κριτικής στάσης απέναντι στα εγκλήματα κατά της ανθρωπότητας όλων των μαθητών/-τριών. Το σενάριο συνδυάζει παρακολούθηση επιλεγμένων σκηνών, συζητήσεις, συγκριτικές αναλύσεις και δημιουργική γραφή, με διαφοροποίηση στη διαδικασία, στο περιεχόμενο και στο τελικό προϊόν. Το σχέδιο εφαρμόζεται σε μαθητές/-τριες Λυκείου και αξιοποιεί πολυτροπικά μέσα και συνεργατικές τεχνικές, ενώ ενισχύει τη σύνδεση ανάμεσα στην ιστορική γνώση και τη βιωματική κατανόηση.

**Λέξεις κλειδιά:** Ιστορία, Ολοκαύτωμα, κινηματογράφος, *Ο Πιανίστας*, διαφοροποιημένη διδασκαλία.

### Εισαγωγή

Οι κινηματογραφικές ταινίες - πέραν από την ψυχαγωγική τους διάσταση - αποτελούν ένα ελκυστικό μέσο μετάδοσης ιδεών, συναισθημάτων και αφήγησης ιστοριών σε διαφορετικά πολιτιστικά πλαίσια. Η αφήγηση αυτή αποτελεί και το ενοποιητικό τους στοιχείο με τη λογοτεχνία (Κωτόπουλος κ.ά., 2023: 255). Στην εκπαίδευση έχουν χρησιμοποιηθεί από τις αρχές του 20ου αιώνα τόσο σε διεθνές επίπεδο (Jara, 2023) όσο και στην Ελλάδα, σύμφωνα με την έρευνα του Θεοδοσίου, όπως αναφέρεται από τον Φραγκούλη (2022). Παρά την αυξανόμενη ανάγκη της καλλιέργειας του οπτικοακουστικού εγγραμματος στα σχολεία (Ανδρεάδου, Γουλής, & Γρόσδος, 2006), η χρήση των ταινιών στο ελληνικό εκπαιδευτικό γίνεσθαι είναι σποραδική και επαφίεται στην κρίση του εκπαιδευτικού.

Στο πλαίσιο του νέου Προγράμματος Σπουδών για την Ιστορία Λυκείου (2021: 7, 80), όπου προτείνεται με σαφήνεια η παρακολούθηση σχετικών ταινιών, το παρόν διδακτικό σενάριο διερευνά πώς η αξιοποίηση ενός εποπτικού μέσου - σε συνδυασμό με τη χρήση διαφοροποιημένης διδασκαλίας - μπορεί να παρέχει ευκαιρίες για βαθύτερη κατανόηση του Ολοκαυτώματος. Με αυτόν τον τρόπο μπορεί να επιτευχθεί η αποτελεσματικότερη αξιοποίηση της ιστορικής γνώσης. Η χρήση, άλλωστε, των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνιών έχει διαπιστωθεί ότι μπορεί να συμβάλλει αποτελεσματικά στην επίτευξη των διδακτικών στόχων (Παπαδημητρίου, 2025: 100). Στόχος του σεναρίου είναι να δείξει ότι οι ταινίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως ένα ισχυρό εργαλείο για να ενεργοποιήσουν και να εμπλέξουν τους μαθητές και τις μαθήτριες στην όλη διαδικασία, να προωθήσουν την κριτική

σκέψη και να φωτίσουν ιστορικά, κοινωνικά ή/και ηθικά ζητήματα συνδέοντας το ιστορικό παρελθόν με ζητήματα της σύγχρονης κοινωνίας (Schaar & Wen, 2023).

Στο συγκεκριμένο πλαίσιο επιλέχθηκε η ταινία *Ο Πιανίστας* (2002) του Ρομάν Πολάνσκι, ως παράδειγμα της δυνατότητας που μπορεί να δώσει στον/στην εκπαιδευτικό να διδάξει Ιστορία, την καταστροφική επίπτωση του πολέμου και της γενοκτονίας, καθώς και την ανθρώπινη ανθεκτικότητα. Η ταινία είναι ένα βιογραφικό δράμα βασισμένο στα απομνημονεύματα του διάσημου Εβραίο-πολωνού πιανίστα Βλαντισλάβ Σπίλμαν, ο οποίος επέζησε του Ολοκαυτώματος. Επιπλέον, αντλεί στοιχεία από την προσωπική εμπειρία του Πολάνσκι, ο οποίος ήταν και ο ίδιος ένας από τους επιζώντες. Παρουσιάζει τις τραυματικές εμπειρίες του Σπίλμαν κατά τη διάρκεια του Δεύτερου Παγκοσμίου Πολέμου, από την εισβολή των Γερμανών στην Πολωνία μέχρι την τελική του επιβίωση στα χαλάσματα της Βαρσοβίας. Ο ρόλος της μουσικής ως πηγής ελπίδας και συγκρότησης της ταυτότητας είναι καθοριστικός στην ταινία. Η επιλογή της συγκεκριμένης ταινίας βασίστηκε στο γεγονός ότι πληροί την προϋπόθεση της ιστορικής ακρίβειας - απαραίτητης για το μάθημα της Ιστορίας σε μαθητές/-τριες Λυκείου - και ανταποκρίνεται στη συναισθηματική και πνευματική ωριμότητα των μαθητών/-τριών αυτής της ηλικίας.

Δεδομένης της ετερογένειας της σχολικής τάξης και της ανάγκης για ενίσχυση της συμμετοχής όλων των μαθητών/-τριών στο πλαίσιο της συμπερίληψης (Στασινός, 2016: 59), εφαρμόζονται τεχνικές διαφοροποιημένης διδασκαλίας που επιτρέπουν την προσέγγιση της γνώσης σε διαφορετικά επίπεδα, καλύπτοντας τις εξατομικευμένες μαθησιακές ανάγκες όλων των μαθητών/-τριών (Tomlinson, 2014: 3-7). Η διαφοροποίηση συνίσταται στην προσαρμογή της διδασκαλίας εκ των προτέρων και όχι μετά από αποτυχία (Παντελιάδου, 2008: 8). Η παροχή πολλαπλών διαδρομών προσέγγισης και έκφρασης ενισχύει την αυτενέργεια, καλλιεργεί την ενσυναίσθηση και ευνοεί την ισότιμη συμμετοχή σε μια μαθησιακή εμπειρία ουσιαστική και συμπεριληπτική.

## Σενάριο Διδασκαλίας στο μάθημα της Ιστορίας

### Τάξη

- Α΄ Επαγγελματικού Λυκείου & Γ΄ Γενικού Λυκείου
- Σε όλες τις τάξεις του Γενικού και Επαγγελματικού Λυκείου στο πλαίσιο της *Ημέρας Μνήμης του Ολοκαυτώματος* (27 Ιανουαρίου), όπου οι σχολικές μονάδες καλούνται να αφιερώσουν ένα δίωρο σε εκπαιδευτικές δραστηριότητες και εκδηλώσεις.

### Θεματική Ενότητα

- Ιστορία του Νεότερου και Σύγχρονου Κόσμου  
Β΄ Παγκόσμιος Πόλεμος: Τα εγκλήματα πολέμου κατά της ανθρωπότητας - Το Ολοκαύτωμα (ΠΣ Λυκείου, 2002)
- ή
- Συστήματα Ασφαλείας των Νεότερων Χρόνων - Η άνοδος του ναζισμού και του φασισμού & Το Ολοκαύτωμα (ΠΣ Λυκείου, 2021: 80, 86).

### Σκοποί

- Διαμόρφωση ενεργών, δημοκρατικών πολιτών με την καλλιέργεια της ιστορικής σκέψης και ιστορικής συνείδησης.

- Κατανόηση των αιτιωδών σχέσεων που συνδέουν τα γεγονότα καθώς και το γεγονός ότι ο σύγχρονος κόσμος αποτελεί συνέχεια του παρελθόντος (ΠΣ Ιστορίας Λυκείου, 2021: 4-5).

### **Στόχοι**

Οι μαθητές/-τριες

Γνώσεις

- Να προσδιορίσουν τη σημασία του όρου *Ολοκαύτωμα* (ΠΣ Λυκείου, 2021: 86-87).
- Να επισημάνουν τα κυριότερα ναζιστικά στρατόπεδα συγκέντρωσης.
- Να περιγράψουν τις συνθήκες διαβίωσης στο Γκέτο της Βαρσοβίας.
- Να συγκρίνουν με το Ολοκαύτωμα των Ελλήνων Εβραίων.
- Να κατανοήσουν τις πολιτιστικές και κοινωνικές επιπτώσεις του Ολοκαυτώματος.

Δεξιότητες

- Να αναπτύξουν ενσυναίσθηση και κριτική στάση για παγκόσμια γεγονότα όπως το Ολοκαύτωμα.
- Να καλλιεργήσουν τη δημιουργικότητά τους και την ενεργητική συμμετοχή σε συζητήσεις.

**Ενδεικτικές ώρες διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες (κατά προτίμηση συνεχόμενες) ή**

5 διδακτικές ώρες σε περίπτωση προβολής ολόκληρης της ταινίας

### **Διδακτικές πρακτικές:**

Ανακαλυπτική μάθηση, διάλογος, συνεργατική μάθηση, διαφοροποιημένη διδασκαλία, δραστηριότητες βιωματικής προσέγγισης (δημιουργικής γραφής) και αξιοποίησης Τ.Π.Ε.

### **Προϋποθέσεις υλοποίησης:**

Η ταινία με ελληνικούς υπότιτλους, διαδραστικός πίνακας ή βιντεοπροβολέας, πίνακας με μαρκαδόρους ή μαυροπίνακας, φύλλα εργασίας για συζήτηση και δημιουργικές δραστηριότητες, το σχολικό βιβλίο της Ιστορίας, πρόσβαση σε πρωτογενείς πηγές όπως φωτογραφίες και μαρτυρίες επιζώντων (προαιρετικά για κάποιες επιπλέον δραστηριότητες).

### **Προαπαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες**

Βασικά αίτια και γεγονότα του Β' Παγκοσμίου Πολέμου, χρήση διαδικτύου.

### **Διδακτική πορεία - δραστηριότητες**

Ο/Η εκπαιδευτικός ενημερώνει την τάξη ότι θα εργαστούν για ένα συνεχόμενο ή διακοπτόμενο δίωρο στο μάθημα της Ιστορίας - αρχικά στην ολομέλεια, στη συνέχεια σε ομάδες και τέλος ατομικά. Χωρίζει την τάξη σε ομάδες μικτής ικανότητας των τεσσάρων ή πέντε ατόμων, και στη συνέχεια προχωράει στην εφαρμογή του διδακτικού πλάνου.

### **Χρήση τεχνικών διαφοροποιημένης διδασκαλίας**

Η εφαρμογή διαφοροποιημένης διδασκαλίας αποτελεί βασική αρχή του παρόντος διδακτικού σεναρίου, το οποίο στοχεύει στη συμπερίληψη, με την ενεργό συμμετοχή όλων

των μαθητών/-τριών. Για την επίτευξη αυτού του στόχου είναι απαραίτητο να ληφθούν υπόψη τα ενδιαφέροντά τους, η γνωστική τους ετοιμότητα, καθώς και οι μαθησιακές τους προτιμήσεις (Κουτσελίνη – Ιωαννίδου, 2020: 12-29). Να σημειωθεί ότι συνίσταται η χρήση του συγκεκριμένου όρου, καθώς η ύπαρξη των 'μαθησιακών στυλ', με πιο γνωστό τον Οπτικό-Ακουστικό-Κινησθητικό δεν υποστηρίζεται από τη νευροεπιστήμη ή ερευνητικά δεδομένα (Kerr, 2009: 1-3; Pasqualotto et al., 2016: 1-2; Newton & Salvi, 2020: 11-12; Rousseau, 2021: 1-8). Ο ίδιος ο Gardner (2006: 227-232; 2016: 167-170) έχει αναθεωρήσει τη θέση του σχετικά με τη χρήση και ερμηνεία της θεωρίας του, ιδίως όσον αφορά την εκπαιδευτική πρακτική.

Η θεματική του συγκεκριμένου σεναρίου - που συνδυάζει κινηματογραφική αφήγηση, ιστορική γνώση, και προσωπικές μαρτυρίες - προσφέρει πρόσφορο έδαφος για ποικιλία προσεγγίσεων και τρόπων έκφρασης. Για τον λόγο αυτό αξιοποιούνται τεχνικές διαφοροποίησης τόσο ως προς τη διδακτική διαδικασία όσο και ως προς το περιεχόμενο, το τελικό μαθησιακό προϊόν και συνολικά το μαθησιακό περιβάλλον (Tomlinson & Strickland, 2005: 6-7).

Ως προς τη διαφοροποίηση στη διαδικασία, αρχικά ενθαρρύνονται όλοι οι μαθητές/-τριες να συμμετέχουν με καταιγισμό ιδεών, ερωτήσεις ανοιχτού τύπου και ελεύθερη συζήτηση. Χρησιμοποιείται η τεχνική *Σκέψου - Συζήτησε - Μοιράσου* (*Think - Pair - Share*) (Blaz, 2016: 184) για την ενδυνάμωση όλων των μαθητών/-τριών και την προφορική ανταλλαγή απόψεων. Επιπλέον, προσφέρεται οπτικοποίηση της πληροφορίας με την κατασκευή νοητικού χάρτη ή/και χρονογραμμής ώστε οι μαθητές να πλοηγηθούν στον ιστορικό και γεωγραφικό χωροχρόνο της εποχής. Επίσης, χρησιμοποιείται η συνεργατική μέθοδος (Slavin, 1996), με την οποία διαμορφώνονται ομάδες μικτής ετοιμότητας (Κουτσελίνη – Ιωαννίδου, 2020: 15-16, 21-22) των τεσσάρων ή πέντε ατόμων οι οποίοι αναλαμβάνουν διακριτούς ρόλους (π.χ. συντονιστή- γραμματέα - δημοσιογράφου - παρουσιαστή). Στο πλαίσιο αυτό εφαρμόζεται και η *συνεργατική συναρμολόγηση* (*Jigsaw learning*) (Vives et al., 2024), όπου η κάθε ομάδα γνωρίζει εις βάθος μία πτυχή ενός θέματος και στη συνέχεια την παρουσιάζει στις υπόλοιπες ομάδες έτσι ώστε να γίνει συλλογική κατανόηση. Κατά την τελική φάση του σεναρίου, μπορεί να εφαρμοστεί μία θεατρική τεχνική, ο *Διάδρομος της Συνείδησης* (Ewing, 2011: 40), όπου οι μαθητές/-ήτριες, μέσα από την ενσάρκωση ενός χαρακτήρα, ακούνε και εκφράζουν σκέψεις και ηθικά διλήμματα. Η τεχνική αυτή ενισχύει τη συναισθηματική εμπάθυνση και τη σύνδεση με τον ιστορικό ρόλο εστιάζοντας στο πώς οι μαθητές/-τριες εξερευνούν τα ηθικά διλήμματα του ήρωα, ενώ εξετάζονται συγκρουόμενες οπτικές πάνω στο θέμα.

Όσον αφορά τη διαφοροποίηση στο περιεχόμενο, προσφέρεται στους μαθητές/-τριες εναλλακτικό υποστηρικτικό υλικό (αποσπάσματα από μαρτυρίες, φωτογραφικό υλικό, ιστορικά ντοκουμέντα, άρθρα), ώστε να προσεγγίσουν την ιστορική περίοδο με βάση τις δυνατότητες και τα ενδιαφέροντά τους. Η επιλογή του υλικού γίνεται με διαφοροποιημένα επίπεδα δυσκολίας, ενώ ενθαρρύνεται η αυτόνομη διερεύνηση με την καθοδήγηση του/της εκπαιδευτικού. Επίσης, η τεχνική *RAFT* (Role - Audience - Format - Topic, Ρόλος συγγραφέα - Ακροατήριο - Είδος κειμένου - Θέμα) (Μαντζαρίδου, 2018: 72) δίνει τη δυνατότητα δημιουργικής γραφής από την οπτική διαφορετικών προσώπων της εποχής, εστιάζοντας σε ζητήματα ευθύνης και ενοχής, απώλειας, επιβίωσης και της δύναμης της μουσικής.

Τέλος, διαφοροποίηση εφαρμόζεται και στο τελικό προϊόν της μάθησης. Οι μαθητές/-τριες έχουν τη δυνατότητα να επιλέξουν τον τρόπο με τον οποίο θα παρουσιάσουν τα αποτελέσματα της εργασίας τους ατομικά ή ομαδικά (συγγραφή ημερολογίου, επιστολής, ή

ποιήματος, προφορική παρουσίαση, δημιουργία ψηφιακού κόμικ, podcast, αφίσας, κ.λπ.), ενισχύοντας έτσι την αυτενέργεια, την αίσθηση του ανήκειν και την ενίσχυση της αυτοπεποίθησης. Η δημιουργία δικών τους κειμένων απαιτεί τη χρήση από τους μαθητές/-ήτριες γνωστικών διεργασιών υψηλού επιπέδου, όπως η ανάλυση και σύνθεση (Anderson, & Krathwohl, 2001), σύμφωνα με την ταξινομία του Bloom (Bloom, & Krathwohl, 1986). Μπορεί να αξιοποιηθεί για το σκοπό αυτό και ένας πίνακας επιλογής (choice board), όπως η Τρίλιζα (Think – Tac – Toe) (Παράρτημα Γ). Στους μαθητές/-τριες που έχουν δυσκολία στην παραγωγή ιδεών, δίνονται συγκεκριμένες ερωτήσεις για παραγωγή καθοδηγούμενων σημειώσεων στο προσυγγραφικό στάδιο ως υποστήριξη (scaffolding) (Πατσιοδήμου, 2004: 109).

## Διδακτικό πλάνο

(1η ώρα)

❖ **Πριν από την παρακολούθηση (10')** (Οι μαθητές/-τριες βρίσκονται στην ολομέλεια)

### Δραστηριότητες:

Ο/Η εκπαιδευτικός θυμίζει ότι στα προηγούμενα μαθήματα μελετήθηκαν τα βασικά γεγονότα του Β' Παγκοσμίου Πολέμου και ρωτάει του μαθητές/-τριες τι γνωρίζουν για τα εγκλήματα πολέμου κατά της ανθρωπότητας και ειδικά το Ολοκαύτωμα. Χρησιμοποιώντας την τεχνική του καταγισμού ιδεών, σχηματίζει ένα εννοιολογικό χάρτη (Buzan, 2012) στον πίνακα με τις απαντήσεις των μαθητών/-τριών. Στο σημείο αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί εναλλακτικά η στρατηγική κατανόησης *ΞΘΕ* (Ξέρω - Τι θέλω να μάθω - Τι έμαθα) με τον αντίστοιχο γραφικό προοργανωτή σε τρεις στήλες, προσαρμογή του αγγλικού *KWL* (Know - Want to Learn – Learnt) (Μαντζαρίδου, 2018: 82-83).

Στη συνέχεια, ο/η εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί ως αφορμή διάφορες αφίσες της ταινίας και τους θέτει ερωτήματα χρησιμοποιώντας τη μαιευτική μέθοδο του Σωκράτη, έτσι ώστε να αντληθούν όσο το δυνατόν περισσότερες πληροφορίες για τους συντελεστές και το περιεχόμενο της ταινίας και η σχέση της με το Ολοκαύτωμα. Γίνεται ιδιαίτερη μνεία στο κίτρινο Άστρο του Δαβίδ που εικονίζεται στην αφίσα και η χρήση του στη Ναζιστική Γερμανία.

Προβάλλεται ή μελετάται από το σχολικό βιβλίο ο χάρτης των κυριότερων ναζιστικών στρατοπέδων συγκέντρωσης στην κατεχόμενη Ευρώπη, συμπεριλαμβανομένης της Ελλάδας <http://ebooks.edu.gr/ebook>.

Τέλος, ο/η εκπαιδευτικός ρωτάει την τάξη αν ενδιαφέρεται να μάθει τι γίνεται στη συγκεκριμένη ιστορία του πιανίστα που παρουσιάζεται στην ταινία έτσι ώστε οι μαθητές/-τριες να μην είναι παθητικοί δέκτες και να συμμετέχουν πιο ενεργά στην όλη διαδικασία (Bruner, 1961: 21-32; Piaget, 1979: 26,113).

**Επιπλέον δραστηριότητα:** (προαιρετική) Οι μαθητές/τριες δημιουργούν σε ομάδες μία χρονογραμμή ή ένα χάρτη με κομβικά σημεία της ζωής των Εβραίων κατά τον Β' Παγκόσμιο Πόλεμο, χρησιμοποιώντας ψηφιακές εφαρμογές, όπως: [https://www.canva.com/el\\_gr/free/](https://www.canva.com/el_gr/free/), <https://www.timetoast.com/> ή *Google Earth projects*.

**Αξιολόγηση:** Διαμορφωτική αξιολόγηση μέσω των απαντήσεων που καταγράφονται στο νοητικό χάρτη.

- ❖ **Κατά τη διάρκεια της παρακολούθησης (15')** (Οι μαθητές/-ήτριες βρίσκονται στην ολομέλεια)

**Δραστηριότητα:** Προβολή συγκεκριμένων αποσπασμάτων της ταινίας αφού δοθεί από τον/την εκπαιδευτικό το απαραίτητο ιστορικό πλαίσιο:

- ★ Η ζωή του Σπίλμαν πριν τη ναζιστική κατοχή (3'): Το απόσπασμα δείχνει τον Σπίλμαν να παίζει πιάνο σε ένα ραδιοφωνικό σταθμό στη Βαρσοβία, προβάλλοντας τη ζωή του ως ενός διάσημου μουσικού πριν ξεσπάσει ο πόλεμος (Προβολή: 00:00:00 – 00:03:00).
  - ★ Οι σκηνές από το Γκέτο της Βαρσοβίας (5'): Απεικόνιση των σκληρών συνθηκών διαβίωσης, του μαρτυρίου του εβραϊκού πληθυσμού και της ανθεκτικότητάς του μέσα σε αυτές τις απάνθρωπες συνθήκες (Προβολή: 00:30:00 – 00:35:00).
  - ★ Η απεικόνιση της επιβίωσης κατά τη διάρκεια του πολέμου (7'): Το απόσπασμα επικεντρώνεται στην προσπάθεια του Σπίλμαν να επιβιώσει, καθώς κρύβεται στα ερείπια της Βαρσοβίας και βασίζεται στο πνεύμα του, στην ελπίδα του για επιβίωση και στη μουσική του (Προβολή: 01:40:00 – 01:47:00).
- ❖ **Μετά την παρακολούθηση (20')** (Οι μαθητές/-τριες βρίσκονται αρχικά στην ολομέλεια και στη συνέχεια εργάζονται σε ομάδες)

**Δραστηριότητα:**

#### **α) Ελεύθερη συζήτηση**

Αφού ολοκληρωθεί η προβολή των συγκεκριμένων αποσπασμάτων, οι μαθητές/-ήτριες καλούνται να μεταφέρουν στην ολομέλεια τις εντυπώσεις τους πάλι με τη μορφή του καταγισμού ιδεών έτσι ώστε να μην υπάρχει φιλτράρισμα των αυθεντικών συναισθημάτων και εντυπώσεων που δημιουργήθηκαν. Ο/Η εκπαιδευτικός καταγράφει τις απαντήσεις συμπληρώνοντας τον ήδη υπάρχοντα εννοιολογικό χάρτη. Ενθαρρύνει όλους τους μαθητές/-ήτριες να συμμετέχουν καθώς στη συγκεκριμένη δραστηριότητα δεν υπάρχουν σωστές ή λανθασμένες απαντήσεις.

#### **β) Κατευθυνόμενη συζήτηση:**

Οι μαθητές/-τριες καλούνται να απαντήσουν μια σειρά ερωτήσεων αρχικά σε ζεύγη στις ομάδες τους (Τεχνική *Σκέψου - Συζήτησε - Μοιράσου*) χρησιμοποιώντας το Φύλλο Εργασίας (Παράρτημα Α) και μετά παρουσιάζουν τις ιδέες τους στην ολομέλεια:

- Τι ήταν το Ολοκαύτωμα; (χρήση ορισμού από: <https://genoc-staging.dot-see.info/anakalypste/ellines-ebraioi/> )
- Πώς απεικονίζει η ταινία τη ζωή κάτω από την κατοχή των Ναζί;
- Τι ρόλο παίζει η μουσική στην επιβίωση του Σπίλμαν;

**Αξιολόγηση:** Παρακολούθηση της συμμετοχής των μαθητών/-τριών κατά τη διάρκεια των συζητήσεων.

#### **(2η ώρα)**

**1η Δραστηριότητα: Ιστορική σύγκριση (20')** (συνεργατικά σε ομάδες στην αίθουσα πληροφορικής αν είναι εφικτό)

Οι μαθητές/-τριες συγκρίνουν την απεικόνιση του Ολοκαυτώματος στην ταινία με την εμπειρία του Ολοκαυτώματος των Ελλήνων/-ίδων Εβραίων όπως καταγράφεται σε πρωτογενείς πηγές. Χρησιμοποιείται Φύλλο Εργασίας και κάθε ομάδα εργάζεται με διαφορετική πηγή, αξιοποιώντας την τεχνική της *συνεργατικής συναρμολόγησης* (Jigsaw learning). Η εργασία σε ομάδες συντελεί στο να ανανεωθεί το ενδιαφέρον τους και να αναπτύξουν τις γνωσιακές τους ικανότητες μέσω της κοινωνικής αλληλεπίδρασης (Vygotsky, 1978: 86). Για την παιδαγωγική υποστήριξη των μαθητών/-τριών, βάσει της έννοιας της *σκαλωσιάς* (scaffolding) (Liu, & Matthews, 2005: 386-399), δίνεται το διάγραμμα Venn στο οποίο οι μαθητές/-τριες καλούνται να συμπληρώσουν τις αντίστοιχες πληροφορίες με λέξεις-κλειδιά.

Πιο συγκεκριμένα, πέραν από τις πηγές που υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο ([http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/5307/istoria\\_g-lykeiou](http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/5307/istoria_g-lykeiou)) δίνονται κάποιες από τις εξής πηγές:

- Το Ολοκαύτωμα των Ελλήνων Εβραίων: <https://genoc-staging.dot-see.info/selida-periehomenou/olokaytoma/>
- Εικονογραφικό υλικό: <https://genoc-staging.dot-see.info/anakalypste/ellines-ebraioi/>
- Συνεντεύξεις: <https://greekjewsholocaustsurvivors.art/synenteykseis-syzitiseis/> <https://mihnyc.org/blog/stories-survive-solomon-kofinas/> (μπορεί να δοθεί και ως επιπλέον εργασία στο σπίτι)
- Έλληνες Εβραίοι Επιζώντες του Ολοκαυτώματος: <https://greekjewsholocaustsurvivors.art/epizontes/>
- Τα Ελληνικά εδάφη στη γερμανική ζώνη κατοχής <https://encyclopedia.ushmm.org/content/el/article/greece#-1>

Εναλλακτικά, ένα μέλος της κάθε ομάδας - με το ρόλο του δημοσιογράφου- αναζητά πληροφορίες στις αντίστοιχες ιστοσελίδες στο διαδίκτυο.

Στο τέλος, γίνεται σύντομη παρουσίαση των ευρημάτων της κάθε ομάδας στην ολομέλεια.

**Επιπλέον δραστηριότητα:** (εργασία στην τάξη ή στο σπίτι)

Σύγκριση παρουσίασης των γεγονότων στην ταινία και σε αντίστοιχα ντοκιμαντέρ. Για παράδειγμα, η εξέγερση του Γκέτο της Βαρσοβίας στην ταινία και στο σύντομο ντοκιμαντέρ: [Key Historical Concepts in Holocaust Education | Yad Vashem](#)

**Αξιολόγηση:** Τελική (ετερο)αξιολόγηση ομάδων για ιστορική ακρίβεια, κριτική σκέψη και ομαδική εργασία με χρήση ρουμπρίκας.

**2η Δραστηριότητα: Δημιουργική γραφή – χρήση ψηφιακών εφαρμογών (15')** (ατομικά, σε ζεύγη ή ομαδικά - στην τάξη ή/και στο σπίτι)

Επιλογή δραστηριοτήτων από τον πίνακα επιλογής, και συγκεκριμένα Τρίλιζας (Think-Tac-Toe) (Παράρτημα Β).

Επιπλέον, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η τεχνική *RAFT*: Επιλέξτε έναν ρόλο, έναν αποδέκτη, μια μορφή και ένα θέμα και γράψτε ένα αυθεντικό κείμενο υιοθετώντας τη φωνή και την οπτική του ρόλου σας (Παράρτημα Δ - Φύλλο εργασίας).

**Αξιολόγηση:** Τελική αξιολόγηση δραστηριοτήτων με κριτήρια τη δημιουργικότητα, την ιστορική κατανόηση και το συναισθηματικό βάθος.

### **Αναστοχασμός (10') (στην ολομέλεια)**

**Δραστηριότητες:** Συζήτηση στην ολομέλεια για τα μαθήματα που μπορούμε να διδαχτούμε από το Ολοκαύτωμα και τον κίνδυνο αναβίωσης του φασισμού στο παρόν. Παραπομπή σε απόσπασμα από την *Ημέρα Μνήμης* της Αρβελέρ (2006), όπως παρουσιάζεται στο σχολικό βιβλίο [http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/5307/istoria\\_g-lykeiou](http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/5307/istoria_g-lykeiou) καθώς και προβολή σύγχρονης αρθρογραφίας, όπως: <https://www.tovima.gr/2008/11/24/opinions/mporei-na-anabiwsei-simera-o-fasismos/>.

**Εναλλακτική δραστηριότητα:** *Διάδρομος της Συνείδησης* (Conscience Alley). Ένας μαθητής-χαρακτήρας (π.χ. Σπίλμαν) διασχίζει τον διάδρομο που σχηματίζουν οι συμμαθητές/-τριες του και ακούει φωνές της συνείδησής του (δηλαδή οι άλλοι/-ες μαθητές/-τριες εκφράζουν σύντομα επιχειρήματα υπέρ ή κατά μιας επιλογής του χαρακτήρα).

**Αξιολόγηση:** Συμπλήρωση Κάρτας Εξόδου 3-2-1 (Παράρτημα Γ) ή ενός απλού σημειώματος (post-it) με τις εντυπώσεις των μαθητών/-τριών, και για το πώς νιώθουν για τη χρήση ταινίας ως μέσου μάθησης. Εναλλακτικά, ανεβάζουν σε κοινό *Padlet*, στο οποίο μπορεί να έχει συγκεντρωθεί όλο το υλικό της ταινίας, ένα σχόλιο με τα συναισθήματά τους ή/και τις εντυπώσεις τους.

### **Προκλήσεις:**

- Η έντονη συναισθηματική φόρτιση της ταινίας απαιτεί να έχει προηγηθεί προσεκτική προετοιμασία από την πλευρά του/της εκπαιδευτικού έτσι ώστε να μπορεί να γίνει σωστή διαχείριση στην τάξη. Χρειάζεται να γίνει εκ των προτέρων εντοπισμός μαθητών/-τριών που έχουν εβραϊκή καταγωγή ή/ και είναι απόγονοι θυμάτων του Ολοκαυτώματος
- Ο περιορισμένος χρόνος των δύο διδακτικών ωρών μπορεί να μειώσει τη δυνατότητα εξερεύνησης των θεμάτων σε βάθος. Αν υπάρχει χρονικό περιθώριο, προβάλλεται ολόκληρη η ταινία (150' – 3.5 διδακτικές ώρες) και αναπροσαρμόζεται το διδακτικό πλάνο.

### **Συμπεράσματα – Προτάσεις**

Η χρήση της ταινίας *Ο Πιανίστας* στη διδασκαλία της Ιστορίας έχει τη δυνατότητα να εμπλουτίσει τη μαθησιακή διαδικασία σε μεγάλο βαθμό, ενισχύοντας τη διαθεματικότητα και καλλιεργώντας πολλές από τις δεξιότητες που είναι απαραίτητες τον 21ο αιώνα (<https://www.skillsbuilder.org/>). Πιο συγκεκριμένα, οι μαθητές/-τριες μπορούν όχι μόνο να αποκτήσουν ιστορική γνώση αλλά και να καλλιεργήσουν ενσυναίσθηση και κριτική σκέψη (Metzger, 2007). Οι ομαδικές συζητήσεις και οι δραστηριότητες δημιουργικής γραφής προσφέρονται για ανάπτυξη προσωπικών δεσμών με το υλικό, ενισχύοντας τον αναστοχασμό σε ευρύτερα θέματα ανθεκτικότητας, ανθρωπιάς, και της σημασίας της μνήμης. Η αξιοποίηση τεχνικών διαφοροποιημένης διδασκαλίας μπορεί να συμβάλει καθοριστικά στην ενεργητική εμπλοκή όλων των μαθητών/-τριών, λαμβάνοντας υπόψη τα διαφορετικά τους ενδιαφέροντα και τις μαθησιακές τους προτιμήσεις (Reid, 2019: 130).

Το διδακτικό αυτό σενάριο αναδεικνύει την αξία της ενσωμάτωσης ταινιών στην εκπαίδευση, προσφέροντας μια πρόταση για τη διδασκαλία ευαίσθητων και πολυσύνθετων θεμάτων, όπως το Ολοκαύτωμα, με έναν τρόπο που είναι ελκυστικός για τους μαθητές/-τριες και ταυτόχρονα εναρμονισμένος με τους εκπαιδευτικούς στόχους του νέου Προγράμματος Σπουδών. Με προσεκτικό σχεδιασμό και εκτέλεση, διαφοροποιώντας ανάλογα με το προφίλ του εκάστοτε μαθητικού πληθυσμού (Tomlinson, 2017: 5-6), ο κινηματογράφος μπορεί να αποτελέσει πολύτιμο εργαλείο για να γεφυρώσει το παρελθόν με το παρόν και το μέλλον, νοσηματοδοτώντας τη μαθησιακή διαδικασία. Μία παραλλαγή του σεναρίου, με παρακολούθηση ολόκληρης της ταινίας και επιλεκτική εφαρμογή συγκεκριμένων δραστηριοτήτων, εφαρμόστηκε τον Ιανουάριο του 2025, στη Β΄ Ηλεκτρολόγων του ΕΠΑ.Λ. Μεγάρων, με μεγάλη ανταπόκριση από το σύνολο των μαθητών. Προτείνεται, λοιπόν, η αξιοποίησή του στο πλαίσιο προώθησης της συμπερίληψης, της πολυτροπικότητας και των δεξιοτήτων του 21<sup>ου</sup> αιώνα.

## Αναφορές

- Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. New York: Longman. Ανακτήθηκε στις 5 Αυγούστου, 2025 από: [https://www.quincycollege.edu/wp-content/uploads/Anderson-and-Krathwohl\\_Revised-Blooms-Taxonomy.pdf](https://www.quincycollege.edu/wp-content/uploads/Anderson-and-Krathwohl_Revised-Blooms-Taxonomy.pdf)
- Blaz, D. (2016). *Differentiated Instruction. A Guide for World Language Teachers*. (2nd ed.) New York: Routledge.
- Bloom, B.S. & Krathwohl, D.R. (1986). *Ταξινόμια Διδακτικών Στόχων. Τόμος Α' - Γνωστικός Τομέας*. Θεσσαλονίκη: Κώδικας.
- Bruner, J.S. (1961). The act of discovery. *Harvard Educational Review*, 31, 21-32, doi:10.4324/9780203088609-13
- Buzan, T. (2012). *The Ultimate Book of Mind Maps*. New York: HarperCollins Publishers, EPub Edition.
- Ewing, R. (2011). The arts and Australian education : realising potential. *Australian Education Review*, no. 58. Ανακτήθηκε στις 25 Αυγούστου, 2025 από: <https://research.acer.edu.au/cgi/viewcontent.cgi?article=1020&context=aer>
- Gardner, H. (2016). Multiple Intelligences: Prelude, Theory, and Aftermath. In R. Sternberg, S. Fiske, & D. Foss (Eds.), *Scientists Making a Difference: One Hundred Eminent Behavioural and Brain Scientists Talk about their Most Important Contributions* (pp. 167-170). Cambridge: Cambridge University Press. Doi:10.1017/CBO9781316422250.037
- Gardner, H., & Moran, S. (2006). The Science of Multiple Intelligences Theory: A Response to Lynn Waterhouse. *Educational Psychologist*, 41(4), 227–232. [https://doi.org/10.1207/s15326985ep4104\\_2](https://doi.org/10.1207/s15326985ep4104_2)
- Jara, C. B. (2023). Cinema and Education: a history of the discourses in favour of cinematography in schools. *Cinema and Education*, v.48, 1-22. Ανακτήθηκε στις 3 Ιανουαρίου, 2025 από: <https://www.scielo.br/j/edreal/a/gfLx3jwZYXqgCfFwCmtdt5vG/?format=pdf&lang=en>
- Kerr, P. (2009). Should 'Multiple Intelligence Theory' play a role in teacher education programmes? *IATEFL TTD SIG Newsletter 2009-2*.
- Liu, C., & Matthews, R. (2005). Vygotsky's philosophy: Constructivism and its criticisms examined. *International Education Journal*. 6. 386-399.
- Metzger, S.A. (2007). Pedagogy and the Historical Feature Film: Toward Historical Literacy. *Film & History: An Interdisciplinary Journal of Film and Television Studies* 37(2), 67-75. <https://dx.doi.org/10.1353/flm.2007.0058>
- Newton, P., & Salvi, A. (2020). How common is belief in the learning styles neuromyth, and does it matter? A pragmatic systematic review. *Front. Educ.* 5:602451. Doi: 10.3389/educ.2020.602451

- Pasqualotto, A., Dumitru, M. L., & Myachykov, A. (2016). Multisensory integration: brain, body, and world. *Front. Psychol.* 6:2046. Doi: 10.3389/fpsyg.2015.02046
- Piaget, J. (1979). *Προβλήματα Γενετικής Ψυχολογίας*. Αθήνα: Υποδομή.
- Reid, G. (2019). *Τρόποι μάθησης και συμπερίληψη*. Αθήνα: Επιστημονικές Εκδόσεις Παρισιάνου.
- Rousseau, L. (2021). Interventions to Dispel Neuromyths in Educational Settings—A Review. *Frontiers in Psychology*. <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fpsyg.2021.719692>
- Schaar, T., & Wen, C. (2023). "I no longer agree with Hitler to exterminate them..." Teaching The Holocaust to Malaysian BA German-Students Through Selected History Films. *Pandaemonium Germanicum*, 27. Doi: [10.11606/1982-8837275142](https://doi.org/10.11606/1982-8837275142)
- Slavin, R. E. (1996). Research on cooperative learning and achievement: What we know, what we need to know. *Contemporary Educational Psychology*, 21(1), 43–69. <https://doi.org/10.1006/ceps.1996.0004>
- Tomlinson, C. & Strickland, C. (2005). *Differentiation in practice: a resource guide for differentiating curriculum, Grades 9-12*. <https://rb.gy/v1xhg1>
- Tomlinson, C. (2017). *How to differentiate instruction in Academically Diverse Classrooms*. (3rd ed.). ASCD: Alexandria, USA. Ανακτήθηκε στις 5 Αυγούστου, 2025 από: <https://tinyurl.com/53pehynn>
- Tomlinson, C. A. (2014). *The Differentiated Classroom: Responding to the Needs of All Learners*. (2nd ed.). Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Vives, E., Poletti, C., Robert, A., Butera, F., Huguet, P., & Régner, I. (2024). Learning With Jigsaw: A Systematic Review Gathering All the Pieces of the Puzzle More Than 40 Years Later. *Review of Educational Research*, 0(0). <https://doi.org/10.3102/00346543241230064>
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press. Ανακτήθηκε στις 4 Αυγούστου, 2025 από: [https://web.archive.org/web/20160309091959/http://www.cles.mlc.edu.tw/~cerntcu/099-curriculum/Edu\\_Psy/EP\\_03\\_New.pdf](https://web.archive.org/web/20160309091959/http://www.cles.mlc.edu.tw/~cerntcu/099-curriculum/Edu_Psy/EP_03_New.pdf)
- Ανδρεάδου, Χ., Γουλής, Δ., & Γρόσδος, Στ. (2006). «Κινηματογράφος στο σχολείο: μια αισθητική εμπειρία» Στο: Πρακτικά, 1ο Πανελλήνιο Συνέδριο Σχολικών Πολιτιστικών Προγραμμάτων, Πολιτισμός και Αισθητική στην Εκπαίδευση, 25-26 Νοεμβρίου 2006. Πειραιάς: Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών - Ελληνική Εταιρεία Προστασίας Περιβάλλοντος και Πολιτιστικής Κληρονομιάς, Πανεπιστήμιο Πειραιά.
- Κουτσελίνη - Ιωαννίδου, Μ. (2020). Διαφοροποίηση της διδασκαλίας και της μάθησης: Δυσκολίες και παρανοήσεις. Διάλογοι! Θεωρία και πράξη στις επιστήμες αγωγής και εκπαίδευσης, 6, 12–29. <https://doi.org/10.12681/dial.25544>
- Κωτόπουλος, Τ., Βακάλη, Α., Γεωργιάδης, Γ., Καλαϊτζή, Α., Κουλουκάτση, Α., & Σταμπουλίδου, Α. (2023). *Θεωρία και Πράξη της Δημιουργικής Γραφής στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση*. Αθήνα: Πατάκη.
- Μαντζαρίδου, Α. (2018). *Επιμορφωτικό-εκπαιδευτικό υλικό με αρχές και παραδείγματα διαφοροποιημένης διδασκαλίας στην ξενόγλωσση εκπαίδευση*. Πράξη: «Παρεμβάσεις επιμόρφωσης για την ενίσχυση των σχολικών δομών του εκπαιδευτικού συστήματος». Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής (ΙΕΠ). Ανακτήθηκε στις 3 Αυγούστου, 2025 από: <https://users.sch.gr/griskiadass/gsk/mywebfile/my%20web%20repository/diaforopoiimeni%20matisi.pdf>
- Παντελιάδου, Σ. (2008). Διαφοροποιημένη διδασκαλία. Στο Σ. Παντελιάδου & Φ. Αντωνίου (Επιμ.), *Διδακτικές προσεγγίσεις και πρακτικές για μαθητές με Μαθησιακές Δυσκολίες* (σσ. 7-17). Θεσσαλονίκη: Γράφημα.
- Παπαδημητρίου, Β. (2025). *Διαφοροποίηση διδασκαλίας στην πράξη*. Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg.
- Πατσιοδήμου, Α. (2004). Στρατηγικές Μάθησης. Στο Σ. Παντελιάδου, Α. Πατσιοδήμου & Γ. Μπότσας (Επιμ.), *Οι Μαθησιακές Δυσκολίες στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση* (σσ. 103-114). Βόλος: Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.
- Πρόγραμμα Σπουδών Ιστορίας στις Α', Β' και Γ' τάξεις Ενιαίου Λυκείου. *Εφημερίς της Κυβερνήσεως*, Αρ. Φύλλου 131, Τεύχος 2ο, Αθήνα 2002.

Πρόγραμμα Σπουδών Ιστορίας στις Α', Β' και Γ' τάξεις Λυκείου, Πράξη «Αναβάθμιση των προγραμμάτων Σπουδών και Δημιουργία Εκπαιδευτικού υλικού Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης», Αθήνα 2021.

Στασινός, Δ. (2016). *Η Ειδική Εκπαίδευση 2020 plus, Για μια Συμπεριληπτική ή Ολική Εκπαίδευση στο Νέο –Ψηφιακό σχολείο με Ψηφιακούς πρωταθλητές* (Αναθεωρημένη έκδοση). Αθήνα: Εκδόσεις Παπαζήση.

Φραγκούλης, Σ. (2022). Ο Κινηματογράφος στην εκπαίδευση: Μια ταραγμένη σχέση. *Film & Theatre*. Ανακτήθηκε στις 3 Ιανουαρίου, 2025 από: <https://www.filmandtheater.gr/o-kinimatografos-stin-ekpaidefsi/>

## Παράρτημα

### Α. ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ «Ο Πιανίστας»

Ολοκαύτωμα (ορισμός):

Η ζωή κατά τη διάρκεια της ναζιστικής κατοχής

- ...
- ...
- ...

Ο ρόλος της μουσικής στην επιβίωση του Σπίλμαν

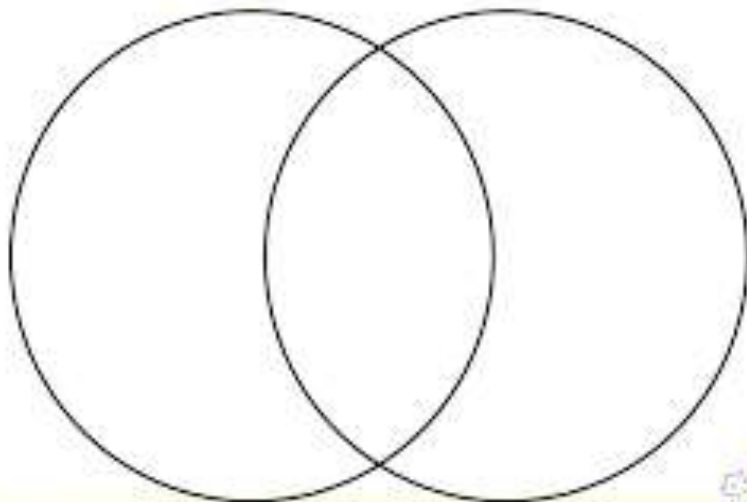
- ...
- ...
- ...


Διάγραμμα σύγκρισης γεγονότων ταινίας με πρωτογενείς πηγές:










Venn diagram

Τίτλος:


Όνομα:




**B. ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ:  Τρίλιζα Δημιουργικών Δραστηριοτήτων**


 Σελίδα ημερολογίου του Σπίλμαν όταν ήταν κρυμμένος.	 Podcast με αφήγηση μαρτυρίας επιζώντα του Ολοκαυτώματος ( <i>Anchor ή Audacity</i> ).	 Μονόλογος ενός παρατηρητή που δεν βοήθησε - τι θα έλεγε σήμερα;
 Γράμμα από Έλληνα/ίδα Εβραίο/α της Θεσσαλονίκης του 1942 - που βιώνει παρόμοιες εμπειρίες - προς αγαπημένο του/της πρόσωπο.	 Ψηφιακό κόμικ βασισμένο σε μαρτυρία ή σκηνή της ταινίας ( <i>Pixton ή Storyboard That</i> ).	 Λόγος του Σπίλμαν πριν την πρώτη δημόσια εμφάνισή του μετά τον πόλεμο το 1946.
 Επιστολή του Σπίλμαν προς τις επόμενες γενιές για τις εμπειρίες του στο γκέτο.	 Ποίημα για τον ρόλο της μουσικής ως πηγής ελπίδας ή για το Ολοκαύτωμα.	 Άρθρο εφημερίδας (1945) για την επιβίωση του Σπίλμαν.


 Εναλλακτικά μπορείτε να επιλέξετε:

 «Τα ερείπια μιλούν»: αφήγηση από την πλευρά των χαλασμάτων του γκέτο

 «Το κρυμμένο πιάνο»: αφήγηση από την πλευρά του πιάνου

 Ψηφιακή αφίσα ή διαδραστική παρουσίαση με ιστορικά διδάγματα και συγκρίσεις (*Canva ή Genially*)

 Γράψτε μια σκηνή από την οπτική γωνία ενός Γερμανού αξιωματούχου στη Βαρσοβία, ο οποίος στοχάζεται πάνω στο ρόλο του στις φρικαλεότητες του πολέμου.

 Οδηγίες:

-Επίλεξε μία δραστηριότητα (ατομικά ) ή τρεις συνδεδεμένες (ομαδικά) (οριζόντια, κάθετα ή διαγώνια).

-Το τελικό προϊόν θα παρουσιαστεί στην τάξη ή θα αναρτηθεί στο ιστολόγιο του σχολείου.

**Γ. ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ: RAFT (Role – Audience – Format – Topic)**

Ρόλος	Αποδέκτης	Μορφή	Θέμα
Παιδί στο γκέτο	Μελλοντικός εαυτός	Γράμμα	Ελπίδα και επιβίωση
Μητέρα που έχασε την οικογένειά της	Κόρη της	Ημερολόγιο	Απώλεια και μνήμη
Γερμανός στρατιώτης	Κοινή γνώμη	Άρθρο	Ενοχή και ευθύνη
Ο ίδιος ο Σπίλμαν	Κοινό σε συναυλία	Ομιλία	Η δύναμη της μουσικής

** Οδηγίες:**

1. Επίλεξε έναν ρόλο, έναν αποδέκτη, μια μορφή και ένα θέμα.
2. Γράψε ένα αυθεντικό κείμενο (150–300 λέξεις) υιοθετώντας τη φωνή και την οπτική του ρόλου σου.
3. Προσπάθησε να ενσωματώσεις ιστορικά στοιχεία και συναισθηματική αυθεντικότητα.
4. Αν θες, μπορείς να ενσωματώσεις εικόνες ή ήχους (σε ψηφιακή μορφή).

**► Παράδειγμα***Ρόλος: Παιδί στο γκέτο**Αποδέκτης: Ο εαυτός του στο μέλλον**Μορφή: Γράμμα**Θέμα: Ελπίδα**«Αγαπημένε μου εαυτέ,**Δεν ξέρω αν θα μεγαλώσεις, αν θα δεις ξανά το φως του ήλιου χωρίς κάγκελα...»***Ε. ΚΑΡΤΑ ΕΞΟΔΟΥ: 3-2-1 για χρήση ταινίας «Ο Πιανίστας» στην Ιστορία**

<b>3</b> Πράγματα που μου έμαθα:	
<b>2</b> Πράγματα που μου άρεσαν:	
<b>1</b> Δραστηριότητα που θα μπορούσαμε να κάνουμε διαφορετικά:	

## Η Μουσική συναντά την Τεχνητή Νοημοσύνη: Δημιουργία ψηφιακού βοηθού χορδίσματος μουσικών οργάνων με το Machine Learning for Kids

Γεωργία Σταθοπούλου<sup>1</sup>, Χρυσούλα Ξιξή<sup>2</sup>, Σαράντος Ψυχάρης<sup>3</sup>  
[gstathop@sch.gr](mailto:gstathop@sch.gr), [chxixi@sch.gr](mailto:chxixi@sch.gr), [spsycharis@gmail.com](mailto:spsycharis@gmail.com)

<sup>1</sup> Πληροφορικός, MSc Εκπαιδευτικός, ΔΔΕ Γ' Αθήνας, <sup>2</sup> Πληροφορικός, MSc Εκπαιδευτικός, ΔΠΕ Αρκαδίας, <sup>3</sup> Καθηγητής στην Ανώτατη Σχολή Παιδαγωγικής και Τεχνολογικής Εκπαίδευσης (ΑΣΠΑΙΤΕ)

**Περίληψη.** Η σύμπραξη της Μηχανικής Μάθησης με τις Τέχνες, την Επιστήμη, την Τεχνολογία, την Μηχανική και τα Μαθηματικά στα πλαίσια των STEAM δραστηριοτήτων αποτελεί καινοτομία στην Εκπαίδευση που μπορεί να οδηγήσει στη βελτιστοποίηση των μαθησιακών αποτελεσμάτων των μαθητών όσον αφορά την κατανόηση του σύγχρονου κόσμου που κατακλύζεται από εφαρμογές Τεχνητής Νοημοσύνης και την ανάπτυξη των 4c's δεξιοτήτων που είναι απαραίτητες για τη γαλούχηση των μελλοντικών πολιτών. Η διδακτική μας πρόταση συνδέει τη γνωστική περιοχή της Πληροφορικής με την Μηχανική Μάθηση μέσω της Μουσικής και έχει ως στόχο οι μαθητές της Γ' Γυμνασίου να εκπαιδύσουν έναν ψηφιακό βοηθό στην πλατφόρμα Machine Learning for kids και στο scratch 3 για το χόρδισμα έγχορδου μουσικού οργάνου.

**Λέξεις κλειδιά:** STEAM, Μηχανική μάθηση, Machine learning for kids, Μάθηση με βάση το έργο (PjBL)

### Εισαγωγή

Στην καθημερινότητά μας οι εφαρμογές που βασίζονται στην Τεχνητή Νοημοσύνη έχουν ευρεία χρήση ενώ η τελευταία έχει σημειώσει ραγδαία πρόοδο. Ενδεικτικό παράδειγμα τέτοιων εφαρμογών σε σχέση με τη μουσική είναι το Shazam για την αναγνώριση μουσικού κομματιού, τίτλο, καλλιτέχνη κ.ά. και το AI Tuner App που είναι εφαρμογή στο κινητό για κούρδισμα έγχορδων μουσικών οργάνων στην οποία ο «έξυπνος» αλγόριθμος για την ανάλυση ηχητικών κυμάτων επιτρέπει τον προσδιορισμό της συχνότητας του ήχου σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα με πολύ υψηλή ακρίβεια, ακόμη και σε θορυβώδεις χώρους.

Από την άλλη πλευρά, στον τομέα της εκπαίδευσης έχουν αναπτυχθεί πλατφόρμες που χρησιμοποιούν Μηχανική Μάθηση που είναι τομέας της Τεχνητής Νοημοσύνης (π.χ. Teachable machine, Machine learning for kids, extensions του App Inventor όπως το Look Extension, Personal Audio Classifier και Personal Image Classifier κ.ά.). Βίντεο του code.org όπως ενδεικτικά αναφέρονται τα <https://www.youtube.com/watch?v=x2mRoFNm22g>, <https://www.youtube.com/watch?v=ng4c1g3COfs>) εξηγούν στους μαθητές τον αντίκτυπο της Μηχανικής Μάθησης στην κοινωνία, καθώς και πώς λειτουργεί, πώς τα δεδομένα χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση των μηχανών, πώς τα δεδομένα εκπαίδευσης επηρεάζουν τις προβλέψεις μιας μηχανής και γιατί δεδομένα ίσως οδηγήσουν σε μεροληπτικές αποφάσεις. Παράλληλα ενώ αναπτύσσονται συνεχώς δραστηριότητες Τεχνητής Νοημοσύνης στα πλαίσια της «Ώρας του κώδικα» (<https://hourofcode.com/gr/learn>) και στα πλαίσια των Εργαστηρίων Δεξιοτήτων ΙΕΠ (Θεματική Ενότητα: Δημιουργώ και καινοτομώ-Δημιουργική σκέψη & πρωτοβουλία),

υποστηρίζουμε ότι θα πρέπει να αναπτυχθούν σχέδια μαθημάτων που εντάσσουν τους μαθητές στη Μηχανική Μάθηση με καινοτόμες ιδέες που θα τους βοηθήσουν να κατανοήσουν καλύτερα τον σύγχρονο κόσμο μέσα από STEM προσεγγίσεις.

Επιπροσθέτως, η ένταξη του STEM στα αναλυτικά προγράμματα σπουδών ήδη από μικρές ηλικίες (Nurlenasari et al., 2019). έχει να προσφέρει πολλαπλά οφέλη ώστε να προετοιμασθούν οι πολίτες του αύριο με τις 4c's δεξιότητες του 21ου αιώνα (Touretzky et al., 2019): critical thinking (κριτική σκέψη), creativity (δημιουργικότητα), communication (επικοινωνία), collaboration (συνεργασία). Πόσο μάλλον αν ενσωματωθούν και οι τέχνες στο STEM (STEAM) ώστε να μεγιστοποιηθούν τα μαθησιακά αποτελέσματα με την αλληλοσυμπλήρωση επιστήμης και τέχνης (Kim et al., 2012; Oner et al., 2016).

Μετά την εμπειρία που αποκτήθηκε από τις μελέτες μας «Electric signals in Machine Learning using AppInventor and Arduino» (Xixi et al., 2023) και «Εκπαίδευση Μοντέλων Ήχου Μέσω Μηχανικής Μάθησης: Μια STEM Προσέγγιση με Αξιοποίηση του Teachable Machine και του Scratch» (Σταθοπούλου et al., 2022), στην εργασία αυτή θα ασχοληθούμε με την διαδικασία της εκπαίδευσης μοντέλων Μηχανικής Μάθησης ταξινόμησης ήχου. Η διδακτική μας πρόταση χρησιμοποιεί το Machine Learning for kids, μία διαδικτυακή εφαρμογή που επιτρέπει στους χρήστες να εκπαιδεύουν και να δοκιμάζουν προσαρμοσμένα μοντέλα ταξινόμησης ήχου παίρνοντας δείγματα τα οποία καταγράφονται από το μικρόφωνο του χρήστη. Ο χρήστης εκπαιδεύει το μοντέλο με τις νότες της βασικής οκτάβας και μετά στο περιβάλλον του scratch3 προγραμματίζει την εφαρμογή έτσι ώστε όταν παίζεται από το έγχορδο μουσικό όργανο μία νότα αυτή να αναγνωρίζεται. Σε περίπτωση που είναι λανθασμένη θα πρέπει να προχωρήσει στο κούρδισμα του οργάνου. Εναλλακτικά η εφαρμογή μπορεί να χρησιμοποιηθεί με τη εξής διαδικασία: ο μαθητής παίζει τη νότα και επαληθεύει το σωστό άκουσμα (dictée).

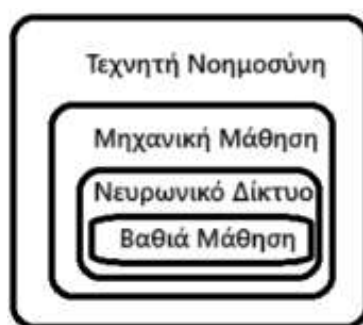
### ***Από το STEM στο STEAM στην εκπαίδευση***

Σύμφωνα με τους Khine et al. (2019) η νέα γενεά των μαθητών θα πρέπει να είναι τεχνολογικά εγγράμματη και να έχει ενδιαφέρον σε θέματα όπως η Επιστήμη, η Τεχνολογία, η Μηχανική και τα Μαθηματικά ώστε να μπορεί να αντιμετωπίσει τον αυξανόμενο οικονομικό ανταγωνισμό. Όμως, όπως επισημαίνουν κι άλλοι ερευνητές (Kastriti et al., 2022; Psycharis et al., 2020) τα πεδία αυτά δεν πρέπει να διδάσκονται ξεχωριστά αλλά ολιστικά και ενοποιημένα μέσω μίας συνεκτικής διεπιστημονικής προσέγγισης που θα ενώνει τις διακριτές περιοχές σε μία ολότητα γνωστή ως STEM. Δηλαδή, μια ολοκληρωμένη προσέγγιση στην εκπαίδευση STEM πρέπει να δίνει έμφαση στο να χρησιμοποιηθούν τουλάχιστον δύο πεδία STEM σε συνδυασμό για την κατασκευή εφαρμογών, ειδικά εκείνων που επιδρούν άμεσα και ουσιαστικά στον πραγματικό κόσμο (Liao, 2016). Επίσης, οι Geet et al. (2015) προσδιορίζουν τον όρο STEAM ως την συμπερίληψη των ανθρωπιστικών επιστημών και των τεχνών στην εκπαίδευση STEM.

Οι τέχνες είναι σημαντικές στον τρόπο καλλιέργειας της δημιουργικότητας και της καινοτομίας και αναπτύσσουν την επίλυση προβλήματος, την κριτική σκέψη, την επικοινωνία, την πρωτοβουλία και τον αυτο-έλεγχο (Sousa et al., 2013) και ένα από τα ισχυρότερα επιχειρήματα για το STEAM είναι η άποψη ότι η δημιουργικότητα είναι η πιο σημαντική ικανότητα στον 21ο αιώνα (Trilling & Fadel, 2009).

### **Μηχανική Μάθηση και Εκπαίδευση**

Σύμφωνα με τον Lane (2021), πολλές φορές συγχέουμε τη Μηχανική Μάθηση με την Τεχνητή Νοημοσύνη. Πολλά συστήματα Τεχνητής Νοημοσύνης έχουν υλοποιηθεί με Μηχανική Μάθηση, αλλά η τελευταία δεν είναι ο μοναδικός τρόπος. Η σχέση μεταξύ αυτών φαίνεται στο Σχήμα 1. Τα νευρωνικά δίκτυα και η βαθιά μάθηση είναι δύο τύποι της Μηχανικής Μάθησης. Τα μεν πρώτα είναι αποτελεσματικά σε πολύπλοκα προβλήματα και η δομή τους βασίζεται στη δομή του εγκεφάλου των όντων με τα διάφορα τμήματα του συστήματος Μηχανικής Μάθησης, τους λεγόμενους νευρώνες, να είναι τακτοποιημένα σε επίπεδα που είναι μεταξύ τους συνδεδεμένα. Η δε δεύτερη είναι μία μέθοδος που επιτρέπει σε ένα νευρωνικό δίκτυο να υποστηρίξει ένα μεγάλο αριθμό επιπέδων και είναι μία από τις πιο αποτελεσματικές τεχνικές για την κατασκευή των συστημάτων Τεχνητής Νοημοσύνης.



**Σχήμα 1. Η Σχέση μεταξύ Τεχνητής Νοημοσύνης και Μηχανικής Μάθησης**

Η Μηχανική Μάθηση μπορεί να θεωρηθεί μέρος της Τεχνητής Νοημοσύνης και είναι, στον πυρήνα της, η διαδικασία παραχώρησης σε μηχανήμα ή σε μοντέλο της πρόσβασης σε δεδομένα ώστε να το αφήσει να μάθει μόνο του. Το 1959, ο Άρθουρ Σάμιουελ σκέφτηκε την εξαιρετική ιδέα ότι δεν πρέπει να διδάσκουμε υπολογιστές, αλλά μάλλον, θα μπορούσαμε να τους αφήσουμε να μάθουν μόνοι τους. Αυτός επινόησε τον όρο «Machine Learning» για να περιγράψει τη θεωρία του, η οποία είναι πλέον ένας τυπικός ορισμός για την ικανότητα των υπολογιστών να μαθαίνουν αυτόνομα (Kučak et al., 2018).

Σύμφωνα με τους Sanusi et al. (2023), η Μηχανική Μάθηση για τις ηλικίες K-12 είναι ένα ενδιαφέρον πεδίο. Προτείνουν στους μελετητές να λάβουν υπόψη τα ακόλουθα σημεία κατά το σχεδιασμό δραστηριοτήτων ή μελετών Μηχανικής Μάθησης: (α) δημιουργία περισσότερων δραστηριοτήτων Μηχανικής Μάθησης από το νηπιαγωγείο έως το γυμνάσιο και σχετική κατάρτιση των δασκάλων και εκπαίδευσή τους, (β) ενσωμάτωση ιδεών Μηχανικής Μάθησης σε θεματικά πεδία εκτός της πληροφορικής (γ) αξιολόγηση της Μηχανικής Μάθησης σε όλα τα επίπεδα για την αποτίμηση των μαθητών στην κατανόησή της σε όλα τα περιβάλλοντα μάθησης (δ) εξέταση των κοινωνικών και ηθικών επιπτώσεων της Μηχανικής Μάθησης.

Εξάλλου, τα οφέλη που αποδίδονται στην εισαγωγή της Μηχανικής Μάθησης στην εκπαίδευση έχουν οδηγήσει σε αυξημένο ενδιαφέρον μεταξύ των εκπαιδευτικών φορέων (Touretzky et al., 2019). Οι μελλοντικές γενιές πρέπει να ζήσουν στην εποχή της Μηχανικής Μάθησης γιατί αποτελεί σημαντικό χαρακτηριστικό της καθημερινής ζωής των ανθρώπων και η έγκαιρη ενημέρωση των μαθητών και εμπάθунση στις θεμελιώδεις διαδικασίες της Μηχανικής Μάθησης μπορεί να διευκολύνει την κατανόηση του κόσμου μας (Hitron et al., 2018). Επίσης σύμφωνα με τους Lin et al. (2020) η κατανόηση του τρόπου με τον οποίο μαθαίνουν οι μηχανές είναι ζωτικής σημασίας για τα παιδιά για να αναπτύξουν χρήσιμα

νοητικά μοντέλα για την εξερεύνηση της TN και των έξυπνων συσκευών με τις οποίες πλέον αλληλεπιδρούν συχνά. Αναμφίβολα, η ενσωμάτωση των θεμελιωδών αρχών της Μηχανικής Μάθησης δύναται να λειτουργήσει ως καταλύτης για την προώθηση και καλλιέργεια της επόμενης γενιάς ερευνητών Τεχνητής Νοημοσύνης και προγραμματιστών λογισμικού (Touretzky et al., 2019).

### **Machine Learning for kids**

Σύμφωνα με τον Lane (2021) η Machine Learning of kids δεν απαιτεί εγκατάσταση αλλά είναι ένα δωρεάν διαδικτυακό εργαλείο (<https://MachineLearningForKids.co.uk>) που αναπτύχθηκε από τον Dale Lane χρησιμοποιώντας τα API της IBM Watson και που επεκτείνει το Scratch 3 ή άλλα περιβάλλοντα (python, Edublocks) με την προσθήκη δυνατοτήτων Μηχανικής Μάθησης. Διατέθηκε το 2017 και περιλαμβάνει 3 φάσεις : Εκπαίδευση (συλλογή δειγμάτων), Εκμάθηση & Δοκιμή (χρήση παραδειγμάτων εκπαίδευσης ώστε να εκπαιδευτεί ο υπολογιστής να αναγνωρίζει κείμενο, αριθμούς, ήχους ή εικόνες και Υλοποίηση (προγραμματισμός) (<https://machinelearningforkids.co.uk/#!/about>).

### **Η διδακτική πρόταση**

Με βάση τις ανασκοπήσεις της βιβλιογραφίας των ερευνητών Zuljusri et al. (2023), οι μαθητές που χρησιμοποιούν μεθόδους μάθησης βάσει έργου (Project Based Learning-PjBL) έχουν υψηλότερα επίπεδα δημιουργικής και κριτικής σκέψης. Αυτό είναι δυνατό επειδή η μεθοδολογία PjBL παρακινεί τους μαθητές να συμμετέχουν ενεργά στη μάθηση για να μεγιστοποιήσουν την κατανόηση και την ικανότητα κριτικής και δημιουργικής σκέψης. Οι δραστηριότητες PjBL μπορούν να προγραμματιστούν με βάση την υπάρχουσα πραγματικότητα στον κόσμο που μας περιβάλλει και τη φαντασία των μαθητών και των εκπαιδευτικών, χωρίς να παραμελείται η συντακτική δομή της PjBL. Για διδακτικές και μαθησιακές εμπειρίες στην επιστήμη, συνιστάται ιδιαίτερα η χρήση αυτού του μοντέλου μάθησης που βασίζεται σε έργα γιατί ένα έργο είναι μια πολύπλοκη εργασία που απαιτεί από τους μαθητές να σχεδιάσουν, να λύσουν ένα πρόβλημα, να λάβουν μια απόφαση ή να κάνουν έρευνα (Abidin et al., 2020).

Επιπροσθέτως, η PjBL είναι μαθητοκεντρική και ακολουθεί τη θεωρία μάθησης του κονστρουκτιβισμού ενώ οι Piaget, Dewey, Vygotsky και Μοντεσσόρι συνέβαλαν στη θεμελίωσή της. Μάλιστα ο Jean Piaget εισήγαγε την κονστρουκτιβιστική προσέγγιση στην εκπαίδευση, στην οποία οι μαθητές χτίζουν πάνω σε αυτά που γνωρίζουν κάνοντας ερωτήσεις, διερευνώντας, αλληλεπιδρώντας με άλλους και αναλογιζόμενοι αυτές τις εμπειρίες (Boss, 2011).

Σύμφωνα με την μελέτη των Baran et al. (2021), διαπιστώθηκε ότι η παρακίνηση μαθητών με διαθεματικά αυθεντικά προβλήματα με τη μέθοδο PjBL-STEM τους βοηθά να λύσουν προβλήματα της πραγματικής ζωής αναπτύσσοντας και αξιοποιώντας τις δεξιότητες επίλυσης προβλημάτων συνεργατικά (Hickey, 2014), αυξάνει το αίσθημα ευθύνης (Connors-Kellgren et al., 2016), τους επιτρέπει να λύνουν τα προβλήματα από την οπτική γωνία ενός επιστήμονα ή ενός μηχανικού (Capraro & Slough, 2013) και έτσι αναπτύσσουν τις επιστημονικές τους δεξιότητες έμμεσα (Satchwell & Loerrp, 2002). Επιπλέον, σχετικές μελέτες αποκάλυψαν ότι η διδασκαλία με τη βοήθεια του PjBL STEM είχε θετική επίδραση στη δημιουργικότητα και τη στάση των μαθητών απέναντι στην επιστημονική μάθηση (Tseng et al., 2013), στα κίνητρά τους (Siew et al., 2015) και στα ακαδημαϊκά τους επιτεύγματα (Çevik

& Abdioğlu, 2018; Lou et al., 2014; Nurtanto et al., 2020). Κατά συνέπεια, ως αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης της Pjbl και με την προσέγγιση STEM, οι μαθητές μπορούν να μεταφέρουν γνώση μεταξύ τεσσάρων κλάδων χάρη στα έργα που έχουν παραγάγει. Με αυτόν τον τρόπο, λαμβάνει χώρα ουσιαστική μάθηση και αυτό έχει θετική επίδραση στη στάση των μαθητών και αυξάνει τις πιθανότητες να επιλέξουν τα επαγγέλματα STEM για τη μελλοντική τους σταδιοδρομία (Tseng et al., 2013).

## **Μεθοδολογία**

### **Δείγμα**

Η έρευνα πραγματοποιήθηκε με τη συμμετοχή 110 μαθητών (52 αγόρια και 58 κορίτσια) της Γ' Γυμνασίου από πέντε διαφορετικά τμήματα ενός δημόσιου σχολείου. Οι μαθητές εργάστηκαν σε ομάδες των τεσσάρων ατόμων για την υλοποίηση μιας εκπαιδευτικής δραστηριότητας που συνδύαζε την εκμάθηση βασικών εννοιών Μηχανικής Μάθησης μέσω της πλατφόρμας Machine Learning for Kids και την ανάπτυξη εφαρμογής προσαρμοσμένης στο περιβάλλον προγραμματισμού Scratch.

### **Ερευνητικό Εργαλείο**

Η αξιολόγηση της επίδοσης πραγματοποιήθηκε μέσω ρουμπρίκας, η οποία περιλάμβανε επτά κριτήρια:

- 1) Κατανόηση της Μηχανικής Μάθησης
- 2) Συμμετοχή στην Ομαδική Εργασία και Συνεργασία
- 3) Προγραμματισμός στο Scratch
- 4) Εκπαίδευση και Αξιολόγηση Μοντέλου Μηχανικής Μάθησης
- 5) Κατανόηση Μουσικών Εννοιών και Νότες
- 6) Κριτική Σκέψη και Επίλυση Προβλημάτων
- 7) Παρουσίαση και Τεκμηρίωση του έργου

Κάθε κριτήριο βαθμολογήθηκε σε τετραβάθμια κλίμακα Likert (1 = Ανεπαρκές, 4 = Άριστο).

### **Διαδικασία Συλλογής Δεδομένων**

Η συλλογή των δεδομένων πραγματοποιήθηκε στο τέλος της διδακτικής παρέμβασης. Οι εκπαιδευτικοί κατέγραψαν την απόδοση κάθε μαθητή μεμονωμένα, βασιζόμενοι σε άμεση παρατήρηση κατά τη διάρκεια της υλοποίησης, καθώς και στην τελική παρουσίαση της ομάδας. Η βαθμολόγηση καταχωρήθηκε σε αρχείο δεδομένων και στη συνέχεια εισήχθη στο λογισμικό IBM SPSS Statistics.

### **Ανάλυση Δεδομένων**

Η ανάλυση περιλάμβανε:

- Περιγραφική Στατιστική (Descriptive Statistics): Υπολογισμός μέσων όρων, τυπικών αποκλίσεων, ελάχιστων και μέγιστων τιμών για κάθε κριτήριο.

- Αξιοπιστία Κλίμακας (Reliability Analysis): Έλεγχος εσωτερικής συνοχής της ρουμπρίκας με τον δείκτη Cronbach's Alpha.
- Συσχετίσεις (Pearson Correlation Coefficient): Διερεύνηση σχέσεων μεταξύ των κριτηρίων, π.χ., εάν η «Κατανόηση της Μηχανικής Μάθησης» σχετίζεται με την «Ικανότητα Προγραμματισμού στο Scratch».
- Ανάλυση Διασποράς (One-Way ANOVA): Έλεγχος διαφορών μεταξύ τμημάτων ως προς τα επιμέρους κριτήρια.
- Γραφικές Απεικονίσεις: Ιστογράμματα και boxplots για την κατανομή των βαθμολογιών και τη σύγκριση ομάδων.

Η στατιστική σημαντικότητα ορίστηκε στο επίπεδο  $p < 0,05$ .

### **Περιγραφή της δραστηριότητας**

Η διδακτική μας πρόταση έχει σχεδιαστεί με βάση την μέθοδο PjBL και ακολουθώντας το «Buck Institute for Education» (<http://www.bie.org/>) περιλαμβάνει 5 φάσεις (Larmer et al, 2015). Εντάσσεται στο εργαστηριακό μάθημα «Πληροφορική» της Γ' Γυμνασίου στην ενότητα όπου διδάσκεται το scratch με την προϋπόθεση ότι οι μαθητές έχουν γνώσεις μουσικής. Επίσης μπορεί να εφαρμοσθεί σε Εργαστήριο Δεξιοτήτων (Θεματική Ενότητα: Δημιουργώ και καινοτομώ-Δημιουργική σκέψη & πρωτοβουλία). Όσον αφορά τον προγραμματισμό, οι μαθητές έχουν εξοικειωθεί με τον προγραμματισμό στο Scratch ήδη από το Δημοτικό και γνωρίζουν τις βασικές αρχές του οπτικού προγραμματισμού που οδηγείται από τα γεγονότα. Όσον αφορά το μάθημα της μουσικής έχουν μάθει να κατηγοριοποιούν τα μουσικά όργανα σε: πνευστά, έγχορδα και κρουστά (πρόγραμμα σπουδών Β' Γυμνασίου: Γνωρίζω τα είδη της μουσικής συγχρονικά, διαχρονικά και γεωγραφικά, σ. 169). Λόγω της ιδιαιτερότητας της διδακτικής παρέμβασης, αυτή δύναται να εφαρμοσθεί σε Μουσικά Σχολεία όπου οι μαθητές παίζουν έγχορδα μουσικά όργανα και γνωρίζουν τις νότες και τα ακούσματά τους ή σε Γενικά Σχολεία με την καθοδήγηση και συνεργασία του καθηγητή μουσικής.

Οι μαθητές καλούνται να κατασκευάσουν μία εφαρμογή εποπτευόμενης Μηχανικής Μάθησης που θα αναγνωρίζει την νότα που παίζουν στο έγχορδο μουσικό όργανο που έχει επιλεγεί. Αν η νότα δεν είναι αυτή που αναμένεται σημαίνει ότι το όργανο πρέπει να κουρδιστεί.

Η STEAM διδακτική πρόταση καινοτομεί ως προς το γεγονός ότι προωθεί την καλλιέργεια της Υπολογιστικής Σκέψης μέσω Μουσικής, Προγραμματισμού και χρήσης περιβάλλοντος Μηχανικής Μάθησης.

### **Οι στόχοι της διδακτικής πρότασης**

Οι γνωστικοί στόχοι της διδακτικής παρέμβασης είναι οι μαθητές να:

- Κατανοούν βασικές έννοιες της Μηχανικής Μάθησης και να αναγνωρίζουν εφαρμογές της στην καθημερινή ζωή.
- Συνεργάζονται αποτελεσματικά σε ομαδικό πλαίσιο, αναλαμβάνοντας ρόλους και ευθύνες.
- Αναπτύσσουν προγράμματα στο Scratch που ενσωματώνουν μοντέλα Μηχανικής Μάθησης.

- Εκπαιδεύουν και αξιολογούν μοντέλα ταξινόμησης ήχου, ερμηνεύοντας και βελτιώνοντας τα αποτελέσματα.
- Αναγνωρίζουν μουσικές νότες και όργανα, συνδέοντάς τα με τις κατηγορίες του μοντέλου.
- Εφαρμόζουν κριτική σκέψη για την επίλυση προβλημάτων και τη βελτίωση της απόδοσης του έργου.
- Παρουσιάζουν και τεκμηριώνουν το έργο τους με σαφήνεια, αξιοποιώντας ψηφιακά μέσα.

Σχετικά με τις στάσεις - συμπεριφορές οι μαθητές λειτουργούν σε συνεργατικό περιβάλλον αλληλεπιδρώντας μεταξύ τους μέσα στην ομάδα, μέσω προγραμματισμού εξασκούνται στην επίλυση προβλήματος και μέσω των δοκιμών καλλιεργούν την κριτική τους σκέψη ενώ παράλληλα καλλιεργούν την αισθητική τους μέσω μελωδικών ακουσμάτων.

Τέλος, όσον αφορά την πρότερη γνώση των μαθητών προκειμένου να σχεδιάσουν την εφαρμογή που προτείνεται, έχει προηγηθεί η εξοικείωσή τους με το σύστημα αναπαράστασης νοτών με γράμματα c (ντο), d (ρε), e (μι), f (φα), g (σολ), a (λα), b (σι). Για λόγους ευκολίας περιορίζονται στη μεσαία οκτάβα (πχ μεσαίο ντο c4) ενώ παράλληλα λαμβάνονται υπόψιν και οι αλλοιώσεις (πχ c#4).

#### **Οι 5 Φάσεις PjBL της διδακτικής πρότασης**

Η παρέμβαση διάρκειας 2 διδακτικών ωρών μπορεί να δοθεί ως εργασία δευτέρου τετραμήνου στο μάθημα της Πληροφορικής. Οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού είναι καθοδηγητικός, προωθώντας την αναζήτηση, την επεξεργασία και την κατανόηση της γνώσης από τους μαθητές, προσαρμόζοντας τη διδασκαλία στις ανάγκες και τα ενδιαφέροντά τους. Υποστηρίζει την ανάπτυξη δεξιοτήτων κριτικής σκέψης, επίλυσης προβλημάτων και αυτονομίας στη μάθηση, δημιουργώντας παράλληλα το κατάλληλο μαθησιακό περιβάλλον που ενθαρρύνει τη συμμετοχή, την ερευνητική διάθεση και τη συνεργασία, ώστε η μάθηση να είναι μαθητοκεντρική. Παρεμβαίνει μόνο για να διευκολύνει την πορεία της εκπαιδευτικής διαδικασίας όταν αυτό κρίνεται απαραίτητο.

1. Προσανατολισμός: Αρχικά, εισάγεται η έννοια της Μηχανικής Μάθησης ([φύλλο εργασίας δραστηριοτήτων](#)). Ο εκπαιδευτικός προβάλλει το βίντεο του code.org (ώρα του κώδικα) για την Μηχανική Μάθηση <https://www.youtube.com/watch?v=OeU5m6vRyCk>. Γίνεται αναφορά στο google.maps που μας δίνει οδηγίες για την πιο σύντομη διαδρομή και στο facebook που επιλέγει ποιες αναρτήσεις θα προβάλλει. Επίσης στους φυλλομετρητές που εμφανίζουν διαφημίσεις ανάλογες με τα ενδιαφέροντά μας. Οι μαθητές καλούνται να σκεφτούν πώς εφαρμογές όπως το youtube και το Spotify για μουσική όπως και το Netflix για ταινίες κάνουν προτάσεις σύμφωνα με τις προτιμήσεις μας.

2. Προγραμματισμός δράσης: Καθορίζονται οι ρόλοι στην ομάδα. Ο εκπαιδευτικός καλεί τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν στο τάμπλετ που διαθέτουν τα σχολεία, εφαρμογές όπως το TN Tuner App ώστε να γίνει σαφής ο στόχος της εφαρμογής που πρέπει να προγραμματίσουν. Επιλέγεται το έγχορδο μουσικό όργανο βάσει του οποίου θα γίνει η εκπαίδευση του μοντέλου.

3. Διεξαγωγή Δραστηριοτήτων: οι ομάδες εισέρχονται στο περιβάλλον του Machine Learning for kids με τους κωδικούς που έχει προετοιμάσει ο εκπαιδευτικός και ακολουθούν τις 3 φάσεις της πλατφόρμας:

α) Εκπαίδευση με την προσθήκη ετικετών με αγγλικούς χαρακτήρες: ήχος στο υπόβαθρο, νότες μεσαίας οκτάβας : c (ντο), d (ρε), e (μι), f (φα), g (σολ), a (λα), b (σι) και για κάθε μία ετικέτα γίνεται προσθήκη τουλάχιστον 8 παραδειγμάτων (ήχων νότας παιγμένης από το μουσικό όργανο) με τη χρήση του μικροφώνου. Οι αλλοιώσεις (υφέσεις, διέσεις) μπορούν να παραλειφθούν για λόγους απλούστευσης.

β) Εκμάθηση & Δοκιμή: το μοντέλο εκπαιδεύεται με βάση τα παραδείγματα της προηγούμενης φάσης, γίνονται οι δοκιμές και αν τα ποσοστά αξιοπιστίας δεν είναι ικανοποιητικά γίνεται επιστροφή στην πρώτη φάση, λαμβάνονται και άλλα δείγματα στην ετικέτα που είναι αναξιόπιστη και κατόπιν ξαναγίνεται εκπαίδευση.

γ) Υλοποίηση: στο περιβάλλον του scratch έχουν προστεθεί τα πλακίδια του μοντέλου «βοηθού χορδιστή». Με το κλικ στην σημαία του έργου θα γίνεται start listening και το αντικείμενο της εφαρμογής θα αναφέρει ποια νότα παίζεται.

4. Παρουσίαση: Γίνεται επίδειξη των έργων των ομάδων.

5. Αξιολόγηση: Περιλαμβάνει την ετεροαξιολόγηση των ομάδων ως προς το βαθμό αξιοπιστίας του μοντέλου και τον προγραμματισμό της εφαρμογής. Τέλος ο εκπαιδευτικός αξιολογεί τις ομάδες μέσω ρουμπρίκας αξιολόγησης.

**Πίνακας 1. Ρουμπρίκα αξιολόγησης**

Κριτήρια Αξιολόγησης	Επίπεδο 4 (Άριστο)	Επίπεδο 3 (Καλό)	Επίπεδο 2 (Επαρκές)	Επίπεδο 1 (Ανεπαρκές)
<b>1. Κατανόηση της Μηχανικής Μάθησης</b>	Κατανοεί πλήρως την έννοια και τις εφαρμογές της μηχανικής μάθησης, αναφέρει παραδείγματα και συνδέει τη θεωρία με την πρακτική εφαρμογή.	Κατανοεί βασικά στοιχεία της έννοιας και μπορεί να εξηγήσει απλά παραδείγματα.	Έχει μερική κατανόηση, αλλά παρουσιάζει δυσκολίες στην εξήγηση.	Δεν κατανοεί την έννοια της μηχανικής μάθησης.
<b>2. Συμμετοχή στην Ομαδική Εργασία &amp; Συνεργασία</b>	Συνεργάζεται άψογα, αναλαμβάνει πρωτοβουλίες και συμβάλλει ενεργά στην ομάδα, σεβόμενος τις απόψεις των άλλων.	Συνεργάζεται καλά και συμμετέχει στις δραστηριότητες της ομάδας.	Συμμετέχει αλλά με περιορισμένη αλληλεπίδραση ή συμβολή.	Δείχνει αδιαφορία ή απομονώνεται από την ομάδα.
<b>3. Προγραμματισμός στο Scratch</b>	Δημιουργεί λειτουργικό και καλά δομημένο κώδικα που αξιοποιεί πλήρως τα εργαλεία του Scratch και το ενσωματωμένο μοντέλο Μηχανικής Μάθησης	Δημιουργεί λειτουργικό κώδικα με μικρές ατέλειες ή ελλείψεις στη χρήση των εργαλείων.	Ο κώδικας λειτουργεί μερικώς ή παρουσιάζει βασικά λάθη.	Ο κώδικας δεν λειτουργεί ή δεν ολοκληρώνει την εργασία.
<b>4. Εκπαίδευση &amp; Αξιολόγηση</b>	Συλλέγει αρκετά δείγματα ήχου,	Εκπαιδεύει το μοντέλο με	Εκπαιδεύει το μοντέλο αλλά η	Δεν ολοκληρώνει σωστά την

Κριτήρια Αξιολόγησης	Επίπεδο 4 (Άριστο)	Επίπεδο 3 (Καλό)	Επίπεδο 2 (Επαρκές)	Επίπεδο 1 (Ανεπαρκές)
<b>Μοντέλου Μηχανικής Μάθησης</b>	εκπαιδεύει σωστά το μοντέλο, ελέγχει και βελτιώνει την αξιοπιστία του σύμφωνα με τα δεδομένα.	ικανοποιητικά δείγματα και αξιολογεί το αποτέλεσμα.	αξιολόγηση και βελτίωση είναι ανεπαρκής.	εκπαίδευση ή δεν αξιολογεί το μοντέλο.
<b>5. Κατανόηση Μουσικών Εννοιών &amp; Νότες</b>	Αναγνωρίζει με ακρίβεια τις νότες, εφαρμόζει σωστά τις έννοιες στην κατασκευή του μοντέλου.	Αναγνωρίζει τις βασικές νότες με μικρά λάθη στην εφαρμογή.	Έχει μερική κατανόηση και δυσκολεύεται στην εφαρμογή των μουσικών εννοιών.	Δεν αναγνωρίζει τις νότες ή τις έννοιες που σχετίζονται με το όργανο.
<b>6. Κριτική Σκέψη &amp; Επίλυση Προβλημάτων</b>	Αναγνωρίζει προβλήματα, προτείνει λύσεις και προσαρμόζει την προσέγγισή του για τη βελτίωση του έργου.	Εντοπίζει βασικά προβλήματα και προτείνει λύσεις με βοήθεια.	Αναγνωρίζει προβλήματα αλλά δυσκολεύεται στην επίλυσή τους.	Δεν μπορεί να αναγνωρίσει ή να επιλύσει προβλήματα στην εργασία.
<b>7. Παρουσίαση &amp; Τεκμηρίωση</b>	Παρουσιάζει με σαφήνεια και πειστικότητα το έργο, εξηγεί τη διαδικασία και τα αποτελέσματα, απαντά σε ερωτήσεις.	Παρουσιάζει το έργο και εξηγεί τα βασικά σημεία με ικανοποιητικό τρόπο.	Παρουσιάζει το έργο με ελλειπείς επεξηγήσεις ή συγχύσεις.	Δεν παρουσιάζει ή η παρουσίαση είναι ανεπαρκής και ασαφής.

### Αποτελέσματα

**Πίνακας 2. Αποτελέσματα ανάλυσης αξιοπιστίας της ρουμπρικής αξιολόγησης**

Κριτήριο	Μέση Τιμή Κριτηρίου (Mean)	Τυπική Απόκλιση (SD)	Διορθωμένη Correlation Συσχέτιση με το Σύνολο (Corrected Item-Total)	Cronbach's α αν αφαιρεθεί το Κριτήριο (Cronbach's α if Item Deleted)
1. Κατανόηση της Μηχανικής Μάθησης	4,21	0,68	0,72	0,85
2. Συνεργασία και Ομαδική Εργασία	4,35	0,63	0,69	0,86
3. Προγραμματισμός στο Scratch	4,08	0,74	0,66	0,86
4. Εκπαίδευση και Αξιολόγηση Μοντέλου MM.	4,12	0,70	0,75	0,84
5. Κατανόηση Μουσικών Εννοιών	3,98	0,79	0,64	0,86
6. Κριτική Σκέψη και Επίλυση Προβλημάτων	4,05	0,72	0,71	0,85
7. Παρουσίαση και Τεκμηρίωση του έργου	4,30	0,67	0,73	0,85
Σύνολο Κλίμακας (7 στοιχεία)	—	—	—	Cronbach's α = 0,87

Η ανάλυση αξιοπιστίας έδειξε υψηλή εσωτερική συνέπεια της ρουμπρικής αξιολόγησης (Cronbach's α = 0,87). Οι διορθωμένες συσχετίσεις στοιχείου - συνόλου κυμάνθηκαν από 0,64

έως 0,75, τιμές που υποδηλώνουν καλή συσχέτιση κάθε κριτηρίου με το συνολικό σκορ. Καμία μεταβλητή δεν αύξησε το άλφα σε περίπτωση αφαίρεσής της, γεγονός που επιβεβαιώνει τη συνεκτικότητα και την ομοιογένεια των επτά κριτηρίων.

Ο Πίνακας 3 παρουσιάζει τους μέσους όρους και τις τυπικές αποκλίσεις για κάθε κριτήριο της ρουμπρίκας. Οι μέσες τιμές κυμάνθηκαν από 2,98 (Κατανόηση Μουσικών Εννοιών) έως 3,42 (Συνεργασία), υποδεικνύοντας γενικά ικανοποιητική έως υψηλή επίδοση των μαθητών.

**Πίνακας 3. Μέσοι Όροι και Τυπικές Αποκλίσεις ανά Κριτήριο (N = 110)**

κριτήριο	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Κατανόηση της Μηχανικής Μάθησης	110	2	4	3,35	,520
Συνεργασία και Ομαδική Εργασία	110	2	4	3,42	,490
Προγραμματισμός στο Scratch	110	2	4	3,28	,560
Εκπαίδευση και Αξιολόγηση Μοντέλου MM.	110	2	4	3,15	,610
Κατανόηση Μουσικών Εννοιών	110	1	4	2,98	,640
Κριτική Σκέψη κι Επίλυση Προβλήματος	110	2	4	3,21	,580
Παρουσίαση και Τεκμηρίωση του έργου	110	2	4	3,31	,530
Valid N (listwise)	110				

Πραγματοποιήθηκε ανάλυση συσχέτισης Pearson για τη διερεύνηση των σχέσεων μεταξύ των επτά κριτηρίων της ρουμπρίκας αξιολόγησης. Η ανάλυση πραγματοποιήθηκε ανά δύο (pairwise) για όλους τους πιθανούς συνδυασμούς μεταβλητών, προκειμένου να εντοπιστούν πιθανές σχέσεις μεταξύ των επιμέρους διαστάσεων της μαθησιακής επίδοσης.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι υπήρχε ισχυρή θετική συσχέτιση μεταξύ της Κατανόησης της Μηχανικής Μάθησης και του Προγραμματισμού στο Scratch ( $r = 0,62$ ,  $p < 0,001$ ), γεγονός που υποδηλώνει ότι οι μαθητές που κατανόησαν σε μεγαλύτερο βαθμό τις έννοιες της Μηχανικής Μάθησης είχαν και υψηλότερες επιδόσεις στον προγραμματισμό.

Επιπλέον, παρατηρήθηκε μέτρια θετική συσχέτιση μεταξύ της Κριτικής Σκέψης και της Εκπαίδευσης & Αξιολόγησης Μοντέλου Μηχανικής Μάθησης ( $r = 0,49$ ,  $p < 0,01$ ), γεγονός που ενισχύει την υπόθεση ότι η ανάπτυξη δεξιοτήτων ανάλυσης και αξιολόγησης συνδέεται με την ικανότητα εκπαίδευσης και βελτίωσης των μοντέλων Μηχανικής Μάθησης.

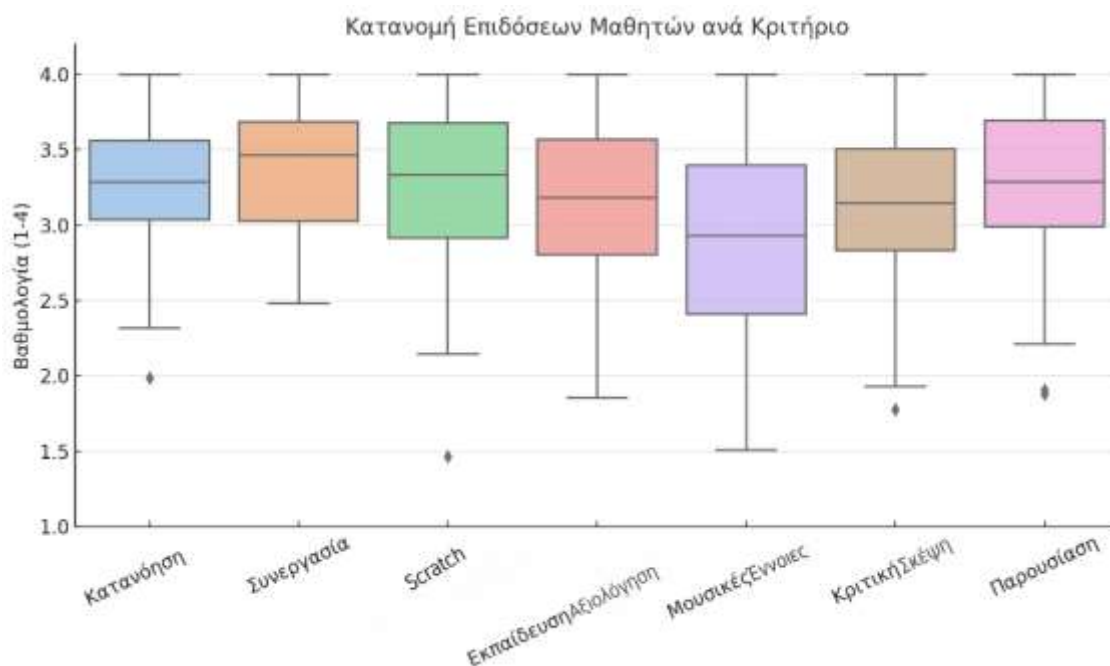
Οι υπόλοιπες συσχετίσεις μεταξύ των κριτηρίων δεν βρέθηκαν στατιστικά σημαντικές ( $p > 0,05$ ), γεγονός που υποδηλώνει ότι οι επιμέρους διαστάσεις της ρουμπρίκας αξιολογούν διακριτές πτυχές της μαθησιακής διαδικασίας.

Η σύγκριση των πέντε τμημάτων των μαθητών του σχολείου στην Ανάλυση Διασποράς (One-Way ANOVA) έδειξε στατιστικά σημαντική διαφορά μόνο στο κριτήριο «Κατανόηση

Μουσικών Εννοιών» ( $F(4,95) = 3,12, p = 0,018$ ). Το τμήμα Γ2 είχε την υψηλότερη μέση τιμή ( $M = 3,21$ ) και το Γ4 τη χαμηλότερη ( $M = 2,74$ ).

Οι γραφικές απεικονίσεις (boxplots) έδειξαν μικρή διακύμανση για τα περισσότερα κριτήρια, με εξαίρεση το «Κατανόηση Μουσικών Εννοιών» όπου υπήρξε μεγαλύτερη διασπορά τιμών. Τα ιστογράμματα επιβεβαίωσαν ότι η πλειονότητα των μαθητών συγκεντρώθηκε στις υψηλότερες βαθμίδες αξιολόγησης (3 και 4).

Σχήμα 2. Γραφικές απεικονίσεις



Τέλος η διεξαγωγή Independent Samples t-test για κάθε κριτήριο, με ομαδοποίηση ανά φύλο έδειξε ότι δεν παρατηρούνται σημαντικές διαφορές στα περισσότερα κριτήρια. Οι μεγαλύτερες διαφορές υπέρ των κοριτσιών που παρατηρήθηκαν στα κριτήρια Προγραμματισμός στο Scratch, Εκπαίδευση και Αξιολόγηση Μοντέλου Μηχανικής Μάθησης και Παρουσίαση ενδέχεται να οφείλονται στη μεγαλύτερη επιμέλεια, οργανωτικότητα και προσοχή στη λεπτομέρεια που επέδειξαν οι μαθήτριες κατά την εκπόνηση των δραστηριοτήτων. Παράλληλα, η τάση τους να δίνουν έμφαση στη συνεργασία και στην αισθητική παρουσίαση του έργου φαίνεται να συνέβαλε θετικά στις επιδόσεις τους.

Το εύρημα αυτό συνάδει με προηγούμενες μελέτες που δείχνουν ότι οι μαθήτριες συχνά επιδεικνύουν υψηλότερα επίπεδα επιμονής, υπευθυνότητας και συνεργατικών δεξιοτήτων σε μαθησιακά περιβάλλοντα βασισμένα σε έργα PjBL (Korkmaz & Altun, 2014; Wang et al., 2021). Επιπλέον, η δημιουργική διάσταση της δραστηριότητας, η σύνδεση του προγραμματισμού με το μουσικό περιεχόμενο και η δυνατότητα καλλιτεχνικής παρουσίασης, ενδέχεται να ενίσχυσε το ενδιαφέρον και τη δέσμευση των κοριτσιών, οδηγώντας σε καλύτερες επιδόσεις στα παραπάνω κριτήρια. Παρόμοια ευρήματα έχουν αναφερθεί και σε μελέτες που εξετάζουν το ρόλο του φύλου στην εκπαιδευτική ρομποτική και τον δημιουργικό προγραμματισμό, όπου οι μαθήτριες συχνά παρουσιάζουν αυξημένη συμμετοχή και αισθητική ευαισθησία (Sullivan & Bers, 2019).

**Πίνακας 3. Independent Samples t-test για κάθε κριτήριο, με ομαδοποίηση ανά φύλο**

Κριτήριο	Αγόρια M (SD)	Κορίτσια M (SD)	t(98)	p	d
Κατανόηση της Μηχανικής Μάθησης	3.25 (0.45)	3.40 (0.50)	-1.56	.122	0.31
Συνεργασία και Ομαδική Εργασία	3.40 (0.48)	3.55 (0.46)	-1.53	.129	0.30
Προγραμματισμός στο Scratch	3.30 (0.54)	3.50 (0.44)	-2.00	.048*	0.40
Εκπαίδευση και Αξιολόγηση Μοντέλου MM	3.10 (0.60)	3.35 (0.55)	-2.05	.043*	0.41
Κατανόηση Μουσικών Εννοιών	2.95 (0.62)	2.85 (0.65)	0.72	.472	0.14
Κριτική Σκέψη κι Επίλυση Προβλήματος	3.15 (0.56)	3.30 (0.52)	-1.28	.204	0.25
Παρουσίαση και Τεκμηρίωση του έργου	3.20 (0.50)	3.45 (0.46)	-2.52	.013*	0.50

### Συμπεράσματα –Προτάσεις

Υπάρχουν διάφοροι παράγοντες που συμβάλλουν στις δυσκολίες όσον αφορά τη διδασκαλία και εκμάθηση προγραμματισμού υπολογιστών και πρέπει να εξακριβωθεί εάν τα προβλήματα εμφανίζονται στη φάση επίλυσης προβλημάτων ή στη φάση υλοποίησης (Dale & Weems, 2013). Οι παραδοσιακές και συμβατικές μέθοδοι διδασκαλίας που χρησιμοποιούν στατικό υλικό όπως βιβλία και διαφάνειες δεν είναι πλέον αποτελεσματικές στη διδασκαλία και τη μάθηση του προγραμματισμού υπολογιστών (Gomes & Mendes, 2007; Zhang et al., 2019). Συνεπώς οι καινοτόμες ιδέες με έμφαση σε STEAM προσεγγίσεις και η ένταξη στο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών δραστηριοτήτων που περιλαμβάνουν ενότητες όπως η Τεχνητή Νοημοσύνη και η Μηχανική Μάθηση και κινητοποιούν το ενδιαφέρον των μαθητών είναι επιβεβλημένες.

Στο πλαίσιο της παρούσας διδακτικής παρέμβασης, τα αποτελέσματα της ανάλυσης κατέδειξαν ότι οι μαθητικές ομάδες ολοκλήρωσαν επιτυχώς την ανάπτυξη της προτεινόμενης εφαρμογής, χωρίς να αντιμετωπίσουν ουσιώδεις δυσκολίες κατά τα στάδια σχεδιασμού, προγραμματισμού και ελέγχου της λειτουργικότητας. Το εύρημα αυτό ενισχύει την άποψη ότι η συγκεκριμένη παιδαγωγική προσέγγιση, σε συνδυασμό με κατάλληλα εργαλεία, μπορεί να υποστηρίξει την καλλιέργεια δεξιοτήτων υπολογιστικής σκέψης και την εξοικείωση των μαθητών με έννοιες της Μηχανικής Μάθησης (Williams, 2022).

Παράλληλα, η πλατφόρμα Machine Learning for Kids επέδειξε υψηλό βαθμό αξιοπιστίας στην ταξινόμηση ηχητικών δεδομένων κατά τη διαδικασία συλλογής και επεξεργασίας των δειγμάτων, στοιχείο που επιβεβαιώνει προηγούμενα ευρήματα για την καταλληλότητά της ως εκπαιδευτικού εργαλείου (Lane, 2018). Η ακρίβεια στην αναγνώριση και κατηγοριοποίηση ήχων υποδηλώνει ότι η πλατφόρμα μπορεί να αξιοποιηθεί αποτελεσματικά σε δραστηριότητες βιωματικής μάθησης, στις οποίες οι μαθητές αλληλεπιδρούν άμεσα με δεδομένα και αλγορίθμους.

Για μελλοντική έρευνα, προτείνεται η διεξαγωγή συγκριτικών μελετών με άλλες διαθέσιμες εκπαιδευτικές πλατφόρμες Μηχανικής Μάθησης, προκειμένου να διερευνηθούν διαφορές ως προς την ακρίβεια ταξινόμησης, τη φιλικότητα προς τον χρήστη και τη συνολική μαθησιακή εμπειρία. Μια τέτοια ανάλυση θα μπορούσε να συμβάλει στη διαμόρφωση κριτηρίων επιλογής εργαλείων Μηχανικής Μάθησης στην εκπαίδευση, λαμβάνοντας υπόψη τόσο τις τεχνικές δυνατότητες όσο και τις παιδαγωγικές τους προεκτάσεις.

## Αναφορές

- Abidin, Z., Arizona, K., Barat, N. T., Studi, P., & Fisika, T. (2020). Pembelajaran Online Berbasis Proyek Salah Satu Solusi Kegiatan Belajar Mengajar Di Tengah Pandemi Covid-19.
- Baran, M., Baran, M., Karakoyun, F., & Maskan, A. (2021). The influence of project-based STEM (PjBL-STEM) applications on the development of 21st century skills. *Journal of Turkish Science Education*, 18(4), 798-815.
- Boss, S. (2011, September 20). Project-Based Learning: A Short History. Edutoria. <https://edutopia.org/project-based-learning-history>
- Capraro, R. M., & Slough, S. W. (2013). Why pbl? why stem? why now? An introduction to stem project-based learning: an integrated science, technology, engineering, and mathematics (STEM) approach. In R. M. Capraro, M. M. Capraro & J. Morgan (eds.), *STEM project-based learning: An integrated science, technology, engineering and mathematics (stem) approach*, (pp. 1–5). <https://doi.org/10.1007/978-94-6209-143-61>
- Connors-Kellgren, A., Parker, C. E., Blustein, D. L., & Barnett, M. (2016). Innovations and challenges in project-based STEM education: Lessons from ITEST. *Journal of Science Education and Technology*, 6(25), 825-832
- Çevik, M., & Abdioğlu, C. (2018). An investigation of the effects of a science camp on the stem achievements, science motivations and metacognitive awareness of 8th grade students. *Journal of Human and Social Science Research*, 7(5), 304-327. <https://doi.org/10.17509/jsl.v3i2.21419>
- Çetin, O. & Yalçinkaya, E. (2018). A scale development study regarding environmental awareness.
- Dale, N., & Weems, C. (2013). *Programming and Problem Solving with C++: Comprehensive*: Jones & Bartlett Publishers.
- Gomes, A., & Mendes, A. J. (2007). Learning to program-difficulties and solutions. Paper presented at the *International Conference on Engineering Education-ICEE* [https://www.researchgate.net/profile/Anabela\\_Gomes2/publication/228328491\\_Learning\\_to\\_program\\_-\\_difficulties\\_and\\_solutions/links/02e7e52389017b9984000000.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Anabela_Gomes2/publication/228328491_Learning_to_program_-_difficulties_and_solutions/links/02e7e52389017b9984000000.pdf)
- Ge, X., Ifenthaler, D., & Spector, J. M. (Eds.). (2015). *Emerging technologies for STEAM education: Full STEAM ahead*. Springer.
- Hickey, R. (2014). Project-based learning: where to start? *Techniques: Connecting. Education & Careers*, 89(2), 8–9.
- Hitron, T., Wald, I., Erel, H., & Zuckerman, O. (2018). Introducing children to machine learning concepts through hands-on experience. In *Proceedings of the 17th ACM conference on interaction design and children* (pp. 563–568). ACM.
- Kastriti, E., Kalogiannakis, M., Psycharis, S., & Vavougiou, D. (2022). The teaching of Natural Sciences in kindergarten based on the principles of STEM and STEAM approach. *Advances in Mobile Learning Educational Research*, 2(1), 268-277.
- Khine, M., & Areepattamannil, S. (2019). *Steam education*. Springer, 10(978-3), 15-16.
- Kim, E., Kim, S., Nam, D., & Lee, T. (2012). Development of STEAM program Math centered for Middle School Students. <http://www.steamedu.com/wpcontent/uploads/2014/12/Development-of-STEAM-Korea-middle-school-math.pdf>
- Korkmaz, Ö., & Altun, A. (2014). The effect of project-based learning on students' academic achievement and attitudes toward science. *Journal of Baltic Science Education*, 13(6), 851–862.

- Kučak, D., Juričić, V., & Đambić, G. (2018). Machine Learning In Education-A Survey of Current Research Trends. *Annals of DAAAM & Proceedings*, 29.
- Lane, D. (2018). Machine Learning for Kids [Educational platform]. <https://machinelearningforkids.co.uk>
- Lane, D. (2021). Machine learning for kids: A project-based introduction to artificial intelligence. No Starch Press.
- Larmer, J., Mergendoller, J. R., & Boss, S. (2015). Gold standard PBL: Essential project design elements. Buck Institute for Education, 1-4.
- Liao, C. (2016). From interdisciplinary to transdisciplinary: An arts-integrated approach to STEAM education. *ART education*, 69(6), 44-49.
- Lin, P., Van Brummelen, J., Lukin, G., Williams, R., & Breazeal, C. (2020). Zhorai: Designing a Conversational Agent for Children to Explore Machine Learning Concepts. In *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 34(9), 13381–13388.
- Lou, S. J., Tsai, H. Y., Tseng, K. H., & Shih, R. C. (2014). Effects of implementing STEM-I project-based learning activities for female high school students. *International Journal of Distance Education Technologies*, 12(1), 52-73.
- Nurtanto, M., Pardjono, P., Widarto, W., & Ramdani, S. (2020). The effect of STEM-EDP in professional learning on automotive engineering competence in vocational high school. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists*, 8(2), 633-649. <https://doi.org/10.17478/jegys.645047>
- Nurlenasari, N., Lidinillah, D. A. M., Nugraha, A., & Hamdu, G. (2019, October). Assessing 21st century skills of fourth-grade student in STEM learning. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1318, No. 1, p. 012058). IOP Publishing.
- Psycharis, S., Kalovrektis, K., & Xenakis, A. (2020). A Conceptual Framework for Computational Pedagogy in STEAM education: Determinants and perspectives. *Hellenic Journal of STEM Education*, Volume 1, <http://www.hellenicstem.com/index.php/journal>
- Sanusi, I. T., Oyelere, S. S., Vartiainen, H., Suhonen, J., & Tukiainen, M. (2023). A systematic review of teaching and learning machine learning in K-12 education. *Education and Information Technologies*, 28(5), 5967-5997.
- Satchwell R. E., & Loepf, F. L. (2002). Designing and implementing an integrated mathematics, science and technology curriculum for the middle school. *Journal of Industrial Teacher Education*, 39(3). <https://scholar.lib.vt.edu/ejournals/JITE/v39n3/satchwell.html>
- Sullivan, A., & Bers, M. U. (2019). Girls, robotics, and coding: An exploration of gendered participation in robotics programming. *Journal of Science Education and Technology*, 28, 93–105. <https://doi.org/10.1007/s10956-018-9771-4>
- Sousa, D. A., & Pilecki, T. (2013). From STEM to STEAM: Using brain-compatible strategies to integrate the arts. Corwin Press.
- Touretzky, D., Gardner-McCune, C., Martin, F., & Seehorn, D. (2019). Envisioning AI for k-12: What should every child know about AI? In *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 33(1), 9795–9799.
- Trilling, B., & Fadel, C. (2009). 21st century skills: Learning for life in our times. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Tseng, K.H., Chang, C.C.; Lou, S.J., & Chen, W.P. (2013). Attitudes towards science, technology, engineering and mathematics (STEM) in a project-based learning (Pjbl) environment. *International Journal of Technology and Design Education*, 23, 1-16.
- Xixi, C., Vlachodimitropoulou, A., Stathopoulou, G., Panagiotou, A., Papastathakopoulos, P., & Psycharis, S. (2023). Electric Signals in Machine Learning Using AppInventor and Arduino. *European Journal of Engineering and Technology Research*, 1-7.
- Zhang, X., Zhang, C., Stafford, T. F., & Zhang, P. (2019). Teaching introductory programming to IS students: The impact of teaching approaches on learning performance. *Journal of Information Systems Education*, 24(2), 6. Retrieved from <http://jise.org/Volume24/n2/JISEv24n2p147.pdf>

- Zulyusri, Z., Elfira, I., Lufri, L., & Santosa, T. A. (2023). Literature study: Utilization of the PjBL model in science education to improve creativity and critical thinking skills. *Jurnal Penelitian Pendidikan IPA*, 9(1), 133-143.
- Wang, F., Kinzie, M. B., McGuire, P., & Pan, E. (2021). Gender differences in engagement and performance in project-based STEM activities. *Computers & Education*, 164, 104124. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2021.104124>
- Williams, J. (2022). Integrating artificial intelligence into secondary education: Opportunities and challenges. *Journal of Educational Technology*, 18(3), 45–62. <https://doi.org/10.1234/jet.v18i3.456>
- Σταθοπούλου, Γ., Ξιζή, Χ., Βλαχοδημητροπούλου, Α., Παπασταθακόπουλος, Π., Παναγιώτου, Α., & Ψυχάρης, Σ. (2022). Εκπαίδευση Μοντέλων Ήχου Μέσω Μηχανικής Μάθησης: Μια STEM Προσέγγιση με Αξιοποίηση του Teachable Machine και του Scratch. Στο Ν. Αλεξανδρής, Χ. Δουληγέρης, Ι. Καρύδης, Σ. Δουκάκης, Β. Μπελεσιώτης, Θ. Καρβουνίδης (επιμ.), *Πρακτικά Εργασιών 14ου συνέδριου «Η Πληροφορική στην Εκπαίδευση»*, 4 - 6 Νοεμβρίου 2022 (σελ. 228-238). Πανεπιστήμιο Πειραιώς: Εκδόσεις ΕΠΥ.

## Πολιτότητα και υπαίθρια μάθηση στο πνεύμα του Rousseau

Βασίλειος Σουβατζόγλου<sup>1</sup>, Ειρήνη Τσάρα<sup>2</sup>

[basou@sch.gr](mailto:basou@sch.gr), [etsara@sch.gr](mailto:etsara@sch.gr)

<sup>1</sup>Επόπτης Ποιότητας της Εκπ/σης ΔΕ Αρκαδίας-ΠΕ86, <sup>2</sup>Σύμβουλος Εκπ/σης ΠΕ60 Αρκαδίας

**Περίληψη.** Η παρούσα εργασία εστιάζει στη φιλοσοφία της εκπαίδευσης του Jean-Jacques Rousseau, με σκοπό να αναδείξει τη σημασία που αποδίδει στη φύση, στην ελευθερία και στην αυτονομία του παιδιού, σε συνάρτηση με τη διαμόρφωση ενεργών πολιτών. Ιδιαίτερη αναφορά γίνεται στο έργο του *Αιμίλιος*, στο οποίο ο στοχαστής αναπτύσσει τις επαναστατικές παιδαγωγικές του ιδέες, δίνοντας έμφαση στην προσωπική εμπειρία, τη μάθηση μέσα από το φυσικό περιβάλλον και την ανάπτυξη της ηθικής και πολιτικής συνείδησης. Αναδεικνύονται οι απόψεις του Rousseau για τη φυσική ανάπτυξη του παιδιού, την αναγκαιότητα της παιδοκεντρικής προσέγγισης και τη σύνδεση της μάθησης με τη ζωή και το περιβάλλον ως βασικούς άξονες της αγωγής του μελλοντικού πολίτη. Επιπλέον, εξετάζεται η απήχηση των ιδεών του στη σύγχρονη εκπαιδευτική σκέψη και πρακτική, με έμφαση στην υπαίθρια εκπαίδευση και τις μορφές μάθησης που ενθαρρύνουν την αλληλεπίδραση με το φυσικό περιβάλλον, την καλλιέργεια της κριτικής σκέψης, τη συνεργασία και τη συναισθηματική ωρίμανση. Ιδιαίτερη βαρύτητα δίνεται στη σύνδεση των παιδαγωγικών του αρχών με την εκπαίδευση για την ενεργό πολιτότητα (ή πολιτειότητα), μέσα από δραστηριότητες υπαίθριας μάθησης που ενισχύουν την αυτενέργεια, την υπευθυνότητα. Τελικά αναδεικνύονται τα χαρακτηριστικά μιας εκπαίδευσης που δεν στοχεύει απλώς στη μετάδοση γνώσεων, αλλά στην ανάπτυξη ολοκληρωμένων προσωπικοτήτων με κοινωνική και ηθική συγκρότηση.

**Λέξεις κλειδιά:** εκπαίδευση στην πολιτότητα (citizenship), υπαίθρια μάθηση

### Εισαγωγή

Ο Jean-Jacques Rousseau (1712-1778) ήταν Ελβετός φιλόσοφος, παιδαγωγός, συγγραφέας, πολιτικός και συνθέτης και ένας από τους σημαντικότερους στοχαστές και εκφραστές του Διαφωτισμού και των ιδεών της Γαλλικής επανάστασης. Οι φιλοσοφικές και παιδαγωγικές του ιδέες επηρέασαν βαθιά την ευρωπαϊκή σκέψη και συνέβαλαν στη διαμόρφωση της έννοιας της εκπαίδευσης, όπως την ορίζουμε σήμερα. Το πιο γνωστό παιδαγωγικό έργο του, *Αιμίλιος ή Περί Αγωγής*, αποτέλεσε μια πρωτοπόρα για την εποχή του πρόταση για την ανατροφή και την εκπαίδευση των παιδιών, εστιάζοντας στην ανάγκη για μια φυσική αγωγή που ακολουθεί την εξέλιξη του παιδιού και σέβεται την ανάπτυξη του, αντί να του επιβάλλει αυθαίρετους κανόνες. Οι ιδέες του διαμορφώθηκαν από τις προσωπικές του εκπαιδευτικές εμπειρίες υπό την καθοδήγηση αρχικά του ιερέα Λαμερσιέ, ο οποίος του δίδαξε τους αρχαίους κλασικούς, και στη συνέχεια του θείου του, αναπτύσσοντας μια έντονη αποστροφή προς κάθε είδους πειθαρχίας και τήρησης κανόνων, χαρακτηριστικό που θα τον ακολουθήσει σε όλη τη διάρκεια της ζωής του (Hudson, 1903). Ο Rousseau πίστευε, επίσης, ότι η εκπαίδευση δεν πρέπει να επιβάλλει γνώσεις, αλλά να καλλιεργεί την ικανότητα του παιδιού να σκέφτεται ανεξάρτητα, προάγοντας την ελευθερία και την αυτονομία. Η γνώση, σύμφωνα με τον Rousseau, δεν πρέπει να αποκτάται παθητικά μέσω της αποστήθισης, αλλά ενεργητικά

μέσω της εμπειρίας. Οι μαθητές πρέπει να εξερευνούν, να πειραματίζονται και ανακαλύπτουν τη γνώση.

Σύμφωνα με τον Rousseau, η καλλιέργεια των αισθήσεων βασίζεται στη δημιουργία απλών αναπαραστάσεων του κόσμου. Αρχικά, κάθε αίσθηση αναπτύσσεται μεμονωμένα, ενώ στη συνέχεια, μέσω του συνδυασμού των απλών αυτών παραστάσεων, προετοιμάζεται η ανάπτυξη πιο σύνθετων ιδεών. Οι απλές ιδέες αποτελούν θεμελιώδες στοιχείο της ταυτότητας του ατόμου όσο και τη θέσης του ως πολίτη μέσα στην κοινωνία. Γι' αυτόν τον λόγο, ο Rousseau τονίζει ότι η διαμόρφωση των αισθήσεων πρέπει να διέπεται από ηθικές αρχές, καθώς επηρεάζει άμεσα τη δράση και τη συμπεριφορά του ατόμου. Έτσι, ο παιδαγωγός οργανώνει το περιβάλλον με τέτοιον τρόπο, ώστε το παιδί να μπορεί αρχικά να αναπτύξει κάθε αίσθηση ξεχωριστά και, στη συνέχεια, να τις χρησιμοποιήσει συνδυαστικά. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ν' αποκτήσει αυτοπεποίθηση και τίθενται οι βάσεις για την αυτονομία του, η οποία είναι απαραίτητη προϋπόθεση για την ηθική ανάπτυξη. Ο Rousseau θεωρεί ότι η καλλιέργεια των αισθήσεων λειτουργεί ως μέσο πρόληψης των παθών. Εάν οι αισθήσεις δεν αναπτυχθούν σωστά, το παιδί οδηγείται σε λανθασμένες αναπαραστάσεις και διαστρεβλωμένη εικόνα του κόσμου (Χελιτσιάδου, 2009). Μάλιστα, η ανάπτυξη της αφής, κατά τη γνώμη του, υπερισχύει των άλλων αισθήσεων και για τον λόγο αυτό ο παιδαγωγός οφείλει να ενσωματώνει ασκήσεις που ενισχύουν την αίσθηση της αφής, ώστε ο μαθητής να βασίζεται σε απτά και ασφαλή δεδομένα, αντί να διαμορφώνει μια αντίληψη του κόσμου που στηρίζεται στη φαντασία. Σε συνδυασμό με την ακοή, η αφή συμβάλλει στην ορθή κατανόηση του χώρου και του χρόνου.

## **Η Εκπαίδευση Πολιτότητας και υπαίθριας μάθησης υπό το πρίσμα των απόψεων του Rousseau**

### ***Η Εκπαίδευση Πολιτότητας***

Ο Rousseau βρίσκεται διχασμένος ανάμεσα στην ανατροφή ενός ιδανικού πολίτη, που ακολουθεί το κοινωνικό συμβόλαιο και ενός ανθρώπου που ζει σε αρμονία με τη φύση. Το παιδαγωγικό του έργο αποτελεί μια προσπάθεια συμφιλίωσης των δύο αυτών ιδεών και μια απόπειρα να δείξει πώς μπορούν να νομιμοποιηθούν οι δεσμοί της κοινωνίας (Μελαχρινού, 2012). Όπως ήδη αναφέρθηκε, ο Rousseau διατύπωσε τις εκπαιδευτικές του ιδέες στο παιδαγωγικό του ευαγγέλιο με τίτλο Αιμίλιος ή Περί Αγωγής (*Émile, ou De l'éducation*, 1762).

Οι επαναστατικές ιδέες του οδήγησαν στην απαγόρευση του βιβλίου, αν και συνέχισαν να συζητούνται για πάρα πολλά χρόνια σε όλη την Ευρώπη, φτάνοντας μέχρι και τις μέρες μας. Το βιβλίο αποτελεί ένα δοκίμιο με πρακτικές παιδαγωγικές συμβουλές με τη μορφή μυθιστορήματος, στο οποίο πρωταγωνιστεί ο μικρός Εμίλ του οποίου έχει αναλάβει τη διαπαιδαγώγηση ο δάσκαλός του Ζαν-Ζακ στην εξοχή, με οδηγό και των δύο τη Φύση. Στο έργο δίνεται έμφαση στη μάθηση μέσω εμπειρίας, απορρίπτεται καθολικά η αποστήθιση, ενώ η ελευθερία θεωρείται το ύψιστο αγαθό στη ζωή.

Η οπτική και οι ιδέες του Rousseau επηρέασαν τη φιλοσοφία της εκπαίδευσης, τις παιδαγωγικές θεωρίες και εν συνεχεία τα παγκόσμια εκπαιδευτικά συστήματα, συμπεριλαμβανομένης και της εκπαίδευσης του πολίτη. Ταυτόχρονα όμως η πολυπλοκότητα του Jean Jacques Rousseau έγινε αντικείμενο ανάλυσης και διαπιστώνεται μια σύγκρουση, με τα σημερινά δεδομένα, στις απόψεις του για τη σχέση μεταξύ εκπαίδευσης του ατόμου και της εκπαίδευσης για την πολιτότητα. Ο Collins (1976) θέτει το ερώτημα εάν ο Rousseau

προτείνει τελικά δύο ξεχωριστές φιλοσοφίες εκπαίδευσης. Το χρήσιμο για τη σημερινή εποχή αυτού του ερωτήματος παραμένει με τρόπο ώστε να μας προβληματίζει ως προς τις εκπαιδευτικές επιλογές μας στο ζήτημα της εκπαίδευσης της πολιτότητας. Τελικά ο Rousseau προτείνει ότι η εκπαίδευση πρέπει να σχηματίζει καλά άτομα και καλούς πολίτες και συνεπώς οι πολιτικές πρέπει να συνεχίζουν την αναζήτηση για το καταλληλότερο είδος εκπαίδευσης για όλα τα άτομα, ώστε να γίνουν πιο ολοκληρωμένοι άνθρωποι μεμονωμένα και ταυτόχρονα ενεργοί πολίτες. Ο Bennett (2019) υποστηρίζει ότι η έννοια του πολίτη στον Rousseau γίνεται μόνο κατανοητή υπό το φως της έννοιας του ολοκληρωμένου ανθρώπου. Θεωρεί ότι υφίσταται μια μετασηματιστική διαδικασία κατά την οποία τα ανθρώπινα όντα γίνονται πολίτες που ασκούν ενάρετα τα δικαιώματά τους και εκπληρώνουν τα καθήκοντά τους βάσει του κοινωνικού συμβολαίου και καταλήγει ότι για να κατανοήσουμε τα όρια και τις δυνατότητες της πολιτότητας κατά Rousseau, είναι απαραίτητο να κατανοήσουμε αυτό το μετασηματισμό.

Το κύριο συστατικό της εκπαιδευτικής διαδικασίας, όπως διαμορφώθηκε στον 2ο αιώνα έχει αναγνωριστεί ότι είναι η ενσωμάτωση των μαθητών στην κυρίαρχη κουλτούρα. Οι εκπαιδευτικοί εκπαιδεύονται να μεταδίδουν τα μηνύματα, για παράδειγμα, του Εθνικού Προγράμματος Σπουδών, το οποίο ενσωματώνει στοιχεία του εθνικού πολιτισμού που θεωρούνται πιο κρίσιμα για αυτήν την παράδοση ολοκλήρωσης, και να υιοθετούν γενικές μεθόδους διδασκαλίας κατάλληλες για το ρόλο τους ως αναπαραγωγών αξιών. Σε πολλές χώρες όπως η Ελλάδα, η επίσημη εκπαίδευση κανονίζεται απολύτως από την κυβέρνηση η οποία παραδίδει το αναλυτικό πρόγραμμα, μεθόδους διδασκαλίας και μάθησης και σε πολλές περιπτώσεις την ερμηνεία των θεμάτων. Η εκπαίδευση, με άλλα λόγια, είναι προϊόν πολιτικών επιλογών. Ενίοτε δημιουργείται η αντίφαση ένα κράτος ή ένα καθεστώς να φαίνεται ότι προωθεί την πολιτότητα ενώ την ίδια στιγμή επιδιώκει την χειραγώγηση των πολιτών (Horsley, 2019). Αυτά έχουν ως συνέπεια οι εκπαιδευτικοί να λειτουργούν ως διαμεσολαβητές της επίσημης πολιτικής, δίνοντας ενίοτε τη δική τους «μετάφραση» στις κυρίαρχες πολιτικές ασκώντας κριτική σ' αυτές.

Την κριτική Rousseau απέναντι στα επίσημα εκπαιδευτικά ιδρύματα, επισημαίνουν και οι Sarkar & Suwendu (2024), ενώ ταυτόχρονα τονίζεται η ανάγκη για συμπεριληπτικές και ανθρωποκεντρικές προσεγγίσεις, αυτονομία, κριτική σκέψη και ηθική ανάπτυξη των μαθητών. Προς τούτο προτείνει μια εκπαιδευτική προσέγγιση που ισοκατανάμεται ανάμεσα στη γνώση, την κοινωνικοποίηση και την ηθική διαμόρφωση. Επιπλέον οι Sarkar & Ray (2024) θεωρούν ότι η νατουραλιστική εκπαιδευτική φιλοσοφία του Rousseau, που έχει τις ρίζες της στην ανθρώπινη φύση και την αυτοανακάλυψη, έχει επηρεάσει τις σύγχρονες εκπαιδευτικές θεωρίες όπως ο κονστρουκτιβισμός και οι μαθησιακές προσεγγίσεις με επίκεντρο τον μαθητή και δίνει έμφαση στην ολιστική ανάπτυξή του, την καλλιέργεια φυσικών ταλέντων του και την ηθική τους εκπαίδευση, καθοδηγώντας τους εκπαιδευτικούς στον σχεδιασμό ουσιαστικών εκπαιδευτικών εμπειριών.

Η επίτευξη εμπειριών που οδηγούν σε μάθηση είναι ένα ζητούμενο που παραμένει εξαιρετικά επίκαιρο καθώς οι τρέχουσες παιδαγωγικές μέθοδοι προτείνουν οι εκπαιδευτικοί να σχεδιάζουν δράσεις που συμβάλλουν ουσιαστικά στην εμπειρία των μαθητών. Ο Rousseau αυτή την εμπειρία τη βλέπει ως το βήμα που οδηγεί στην ηθική διαμόρφωση του παιδιού. Θεωρούσε ότι η εκπαίδευση δεν πρέπει να επιβάλλει αυθαίρετα κανόνες, αλλά να βοηθά το παιδί να αναπτύξει τη δική του αίσθηση του δικαίου και της αρετής μέσα από τη ζωή και τις εμπειρίες του. Εισήγαγε ακόμη την έννοια της αρνητικής εκπαίδευσης, που σημαίνει τη μείωση των εξωτερικών επιρροών, επιτρέποντας στους μαθητές να μαθαίνουν

από τις δικές τους εμπειρίες και αποτυχίες. Θεωρούσε ότι η υπερβολική παρέμβαση των ενηλίκων θα μπορούσε να εμποδίσει τη φυσική ανάπτυξη του παιδιού (Sarkar & Suwendu, 2024). Θα πρέπει όμως να ληφθεί υπόψη ότι ο Rouwels (2023) υποστηρίζει ότι ο Rousseau βάζει τον Emile να απέχει από κάθε μορφή κοινωνικής σύγκρουσης, ελέγχοντας προσεκτικά, κατευθύνοντας και χειραγωγώντας τις προσωπικές και κοινωνικές του εμπειρίες, καταλήγοντας ότι η φιλοσοφία του Rousseau για την εκπαίδευση θα μπορούσε κάλλιστα να είναι ένα θεμελιώδες εμπόδιο για την διαπραγμάτευση ενός κοινωνικού θέματος στο οποίο ελλοχεύουν συγκρούσεις. Επειδή λοιπόν τα θέματα πολιτότητας είναι τέτοια θα πρέπει ο εκπαιδευτικός να μπορεί να διακρίνει έναν τέτοιο προσανατολισμό σε σχέση με κάποιον άλλο που μπορεί να προκαλέσει σύγκρουση, έστω εσωτερική στο άτομο με πιθανότητα να μετασχηματίσει τις απόψεις του (Mezirow, 2009).

Ένα σημείο επίσης που έρχεται ως αντίθεση στις επιδιώξεις του Rousseau είναι το «κρυφό πρόγραμμα σπουδών» (hidden curriculum). Με τον όρο αυτό εννοούνται εκείνα τα πράγματα που μαθαίνουν οι μαθητές στο σχολείο λόγω του τρόπου με τον οποίο σχεδιάζεται και οργανώνεται η καθημερινή και η διοικητική εργασία του σχολείου, το περιεχόμενο του αναλυτικού προγράμματος και του παρεχόμενου υλικού, με την προϋπόθεση ότι αυτά ή η λειτουργία τους δεν περιλαμβάνονται από μόνα τους στον προγραμματισμό ή ακόμη και στη συνείδηση των εκπαιδευτικών (Kelly, 2004). Οι διαδικασίες σχολικής κοινωνικοποίησης που δεν προσδιορίζονται πάντα ρητά καθορίζονται από δομές, τις διαδικασίες, τις οργανωτικές μορφές των σχολείων, την όποια αυτονομία τους και ακόμα και από την δυναμική τους. Για παράδειγμα οι μαθητές εσωτερικεύουν την ιεραρχία του σχολείου, τη θέση τους σ' αυτήν την ιεραρχική δομή, τον προσανατολισμό της μάθησης προς την αξιολόγηση βάσει τυπικών κριτηρίων απόδοσης και ακόμα και τις γραφειοκρατικές διαδικασίες (Kärner & Schneider, 2024).

### ***Η Υπαίθρια Εκπαίδευση και Μάθηση***

Οι παιδαγωγικές απόψεις του Rousseau συνδέονται με τον όρο της «φυσικής αγωγής», της αγωγής δηλαδή των εκπαιδευόμενων έξω από το κοινωνικό πλαίσιο και κοντά στη φύση. Η εκπαίδευση του παιδιού, σύμφωνα με τον Rousseau, λαμβάνει χώρα σε ένα φυσικό περιβάλλον ανεπηρέαστο από τους κοινωνικό-πολιτισμικούς περιορισμούς. Ο Rousseau υποστηρίζει ότι το παιδί γεννιέται καλό από τη φύση του, αλλά η κοινωνία είναι αυτή που το διαφθείρει. Στην εκπαιδευτική του προσέγγιση επικρατεί ο σεβασμός στην προσωπικότητα του παιδιού, στις ιδιαιτερότητες και τις κλίσεις του, με στόχο τη διαμόρφωση αυτόνομων ολοκληρωμένων προσωπικοτήτων. Τόνισε, ακόμη, ότι η εκπαίδευση πρέπει να ακολουθεί τη φυσική ανάπτυξη του παιδιού, χωρίς εξαναγκασμούς, τιμωρίες ή πρόωρη επιβολή γνώσεων. Συνεπώς η σωστή εκπαίδευση πρέπει να προσαρμόζεται στα στάδια της ανάπτυξής του και να επιτρέπει στο παιδί να ανακαλύπτει τον κόσμο μέσα από τη δική του εμπειρία. Η φυσική αγωγή εστιάζει επίσης στη σωματική ανάπτυξη και την ελευθερία, με έμφαση στη σωματική δραστηριότητα και το παιχνίδι, στοιχεία απαραίτητα για τη διανοητική και ηθική του διαμόρφωση.

Οι ιδέες αυτές του Rousseau συναντούν τη φιλοσοφία της εκπαίδευσης εκτός της σχολικής αίθουσας και τις δραστηριότητες στο εξωτερικό περιβάλλον και στη φύση για την οποία εκπαίδευση σε ότι αφορά στο νηπιαγωγείο, η έρευνα της Sagi (2018) η οποία επικεντρώθηκε στη διερεύνηση των επιπτώσεων των υπαίθριων μαθησιακών δραστηριοτήτων σε αυτήν τη βαθμίδα, διαπίστωσε ότι αυτές επηρεάζουν θετικά και αποτελεσματικά την πρόοδο των παιδιών στους τομείς της γνωστικής, της συναισθηματικής, της προσωπικής, της κοινωνικής,

της συναισθηματικής, της σωματικής και της συμπεριφορικής ανάπτυξης. Όσον αφορά σε μεγαλύτερης ηλικίας εκπαιδευόμενους της εκπαίδευσης σε εξωτερικούς χώρους η έρευνα διαπίστωσε ότι αυτές οι δραστηριότητες συμβάλλουν σε μεγάλο βαθμό στην ηγετική ικανότητα, στην ικανότητα αντιμετώπισης των αλλαγών, στην ενίσχυση των κοινωνικών δεξιοτήτων αλλά με αντίσταση στις αλλαγές των ήδη εγκατεστημένων. Επιπλέον ενισχύθηκε και η ικανότητα συνεργατικής ομαδικής εργασίας (Harun & Salamuddin, 2014). Οι ιδέες του Rousseau συναντούν και την εκπαίδευση ενηλίκων και η έρευνα των Trochtonά, Pospíšil, & Pospíšilová (2021) δείχνει μια στατιστικά σημαντική σχέση μεταξύ των υπαίθριων δραστηριοτήτων και της μάθησης και ειδικότερα ο αντίκτυπος των υπαίθριων δραστηριοτήτων στις ηθικές αξίες είναι υψηλότερος μεταξύ των γυναικών ενώ στους άντρες η απόκτηση δεξιοτήτων είναι υψηλότερη. Είναι προφανές ότι στον τομέα αυτό απαιτείται περαιτέρω έρευνα για την έμφυλη προσέγγιση στις δραστηριότητες αυτές. Στους ενήλικες επίσης διαπιστώνεται ότι η σχέση υπαίθριων εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων και δραστηριοτήτων αναψυχής είναι εντονότερος.

Ο Rousseau αναγνώριζε τη σημασία της φυσικής αγωγής και των υπαίθριων δραστηριοτήτων στην ανάπτυξη του παιδιού. Πίστευε ότι η επαφή με τη φύση και η σωματική άσκηση ήταν απαραίτητες τόσο για τη σωματική όσο και για την ηθική ανάπτυξη. Σήμερα πολλά παιδιά σχολικής ηλικίας στερούνται της φυσικής δραστηριότητας αφού ο σχολικός χρόνος συνεισφέρει σε μικρό βαθμό στην κινητική δραστηριότητα αυτών. Σε έρευνά τους οι Durna & Svobodová (2020) διαπίστωσαν ότι η υπαίθρια εκπαίδευση μπορεί να χρησιμεύσει ως κατάλληλο συμπλήρωμα της μάθησης που συμβάλλει στην ανάπτυξη των γνώσεων και των δεξιοτήτων των μαθητών κατά την εργασία σε πραγματικό περιβάλλον, αλλά και ως μέσο αύξησης των δυνατοτήτων μετακίνησης των μαθητών κατά τη διάρκεια της σχολικής τους εκπαίδευσης. Τα σχολεία μπορούν να χρησιμοποιήσουν προγράμματα υπαίθριας εκπαίδευσης για την προώθηση της φυσικής δραστηριότητας και τη βελτίωση της εκμάθησης των φυσικών επιστημών σε παιδιά δημοτικού σχολείου (Finn, Yan, & McInnis, 2018). Όμως ιδιαίτερα για τις δραστηριότητες στη φύση, έχει παρατηρηθεί ότι οι δάσκαλοι είναι επικεντρωμένοι πολύ στην απόδοση των δραστηριοτήτων και, όπως είναι φυσικό, και στην πρόβλεψη και αντιμετώπιση των κινδύνων και την αύξηση της ασφάλειας των εκπαιδευομένων. Επιπλέον, λόγω των επιλογών, παιδαγωγικών άρα και πολιτικών, που έχουν προωθηθεί στην εκπαίδευση, δίνουν ιδιαίτερη έμφαση στην ομαδική εργασία και τον έλεγχο των μαθητών αντί να προωθούν την αυθεντική ενασχόλησή τους με τη φύση (Humberstone & Stan, 2012). Όσο η βαρύτητα της εκπαίδευσης μετατίθεται προς την «απόδοση», τόσο μπορούν να εμφανιστούν συμπτώματα ανταγωνισμού. Όπως επισημαίνει η Μπεκιάρη (2023) ακόμη και στις δραστηριότητες αναψυχής, «δεν αποκλείεται να δημιουργηθεί τόσο έντονο κλίμα πώρωσης, που ακόμη και οι συνθήκες επαγγελματικού αθλητισμού να ωχριούν μπροστά τους» (σ.32). Η σημερινή αντίληψη στο σχολείο εκλαμβάνει το παιχνίδι, ως ορθολογικό, τακτοποιημένο και διοικούμενο από κανόνες και το θεωρεί μια δραστηριότητα πολιτισμού και κοινωνικοποίησης (Lester & Russell, 2008). Δηλαδή το αντιλαμβάνεται σε δύο διαστάσεις που και οι δύο καθορίζονται απόλυτα από το κοινωνικό πλαίσιο. Η παιγνιώδης δραστηριότητα με κίνηση και η δραστηριότητα σε εξωτερικό χώρο, είναι μια πρακτική και μεθοδολογία, που για να τονισθεί η αξία της συνδέεται με τη βελτίωση της υγείας των παιδιών ή των εφήβων και την καταπολέμηση της παιδικής παχυσαρκίας (McCurdy, Winterbottom, Mehta & Roberts, 2010) με δεδομένο ότι τα παιδιά στο σχολείο παραμένουν σχεδόν ακίνητα για ώρες (Durna & Svobodová, 2020). Ταυτόχρονα με τις διαμορφωμένες αυτές αντιλήψεις κατατίθεται και προβληματισμός που κινείται πάνω στις απόψεις του Rousseau. Το παιχνίδι εκλαμβάνεται ως μια φυσική κλίση ενός οργανισμού να

μαθαίνει, να προσαρμόζεται και να αναπτύσσει τις δεξιότητες, επιλέγεται ελεύθερα και έχει εγγενή κίνητρα και οι επιλογές των παιδιών υποδεικνύουν ότι είναι άτομα που έχουν κάποιο έλεγχο πάνω στη μοίρα τους. Αυτό εξηγεί γιατί πολλές φορές παρατηρείται ένταση μεταξύ της αυτοκαθορισμένης ποιότητας του παιχνιδιού των παιδιών και της εστίασης που προσανατολίζεται στους ενήλικες στα αποτελέσματα και γι' αυτό κάποιοι ερευνητές προτείνουν την αναβίωση του ελεύθερου παιχνιδιού, το οποίο όπως υποστηρίζουν, παρέχει τη δυνατότητα στους μικρούς μαθητές να βιώσουν τις χαρές της κίνησης, της δημιουργικότητας και της φιλίας και να τα καταστήσουν υγιή (Gill, 2014). Ο όποιος δηλαδή σχεδιασμός του εκπαιδευτικού είναι χρήσιμο να μην είναι έντονα παρεμβατικός. Πάντως η συμμετοχή των εκπαιδευτικών δεν απορρίπτεται από τους μαθητές που βιώνουν θετικά την εμπειρία αλληλεπίδρασης με τους εκπαιδευτικούς ιδιαίτερα σε δραστηριότητες που επικεντρώθηκαν στην εξερεύνηση της φύσης και του φυσικού περιβάλλοντος (Humberstone & Stan, 2012). Η αξία επίσης της συμμετοχής των εκπαιδευτικών στις διαδικασίες παιχνιδιού και δράσεων στη φύση έγκειται στη διασφάλιση της διευκόλυνσης της δραστηριότητας καθώς στο περιβάλλον εντοπίζονται χαρακτηριστικά που ευνοούν ή επηρεάζουν τις συμπεριφορές των παιδιών που σχετίζονται με τη σωματική δραστηριότητα και εν τέλει ενθαρρύνουν ή αποθαρρύνουν την εμπλοκή ενός παιδιού (Natalini & Orecchio, 2022).

Στην εκπαίδευση ενηλίκων οι δραστηριότητες εκτός αίθουσας χαρακτηρίζονται όχι ως παιχνίδια αλλά ως αναψυχή ή ψυχαγωγία (recreation) και θεωρείται ότι παίζουν σημαντικό ρόλο στην εκπαίδευση ενός ενήλικα γιατί δημιουργούν ένα αίσθημα συμμετοχής και ταυτόχρονα δίνουν πολλές γνώσεις για θέματα των οποίων η γνώση είναι απαραίτητη για έναν λειτουργικό πολίτη (Vasudeva Rao & Rao, 1981). Ειδικά μετά την εμπειρία της πανδημίας του COVID-19 και της γενικής περιβαλλοντικής κρίσης, οι δραστηριότητες στη φύση των ενηλίκων αξιολογούνται ως κρίσιμες για την επίτευξη των στόχων της εκπαίδευσης ενηλίκων (Ahlers, 2021).

## **Η Εκπαίδευση Πολιτότητας και υπαίθριας μάθησης στο ελληνικό σχολείο και οι απόψεις του Rousseau**

Η εξέταση της κατάστασης στην ελληνική εκπαιδευτική πραγματικότητα σε σχέση με την εκπαίδευση για την πολιτότητα και την υπαίθρια μάθηση, καταγράφει μια ενδιαφέρουσα αντίθεση: ενώ οι έννοιες αυτές αναδεικνύονται όλο και περισσότερο στις θεωρητικές προσεγγίσεις των νέων Αναλυτικών Προγραμμάτων, η εφαρμογή τους στην πράξη παραμένει αποσπασματική και συχνά περιορίζεται σε μεμονωμένες πρωτοβουλίες εκπαιδευτικών. Το ελληνικό σχολείο εξακολουθεί, σε μεγάλο βαθμό, να λειτουργεί μέσα σε κλειστά και αυστηρά οργανωμένα πλαίσια, τα οποία δυσκολεύουν την ουσιαστική εμπλοκή των μαθητών σε βιωματικές δράσεις και δημοκρατικές διαδικασίες. Στο πλαίσιο αυτό, οι παιδαγωγικές αντιλήψεις του Rousseau, με την έμφαση στη φυσική αγωγή, την ελευθερία και τη μάθηση μέσα από την εμπειρία, μπορούν να αποτελέσουν γόνιμο έδαφος για αναστοχασμό και επαναπροσδιορισμό της εκπαιδευτικής πράξης στην Ελλάδα.

### **Η Εκπαίδευση Πολιτότητας**

Στην ελληνική εκπαίδευση εισήχθη προς το τέλος του έτους νέο πρόγραμμα σπουδών με τίτλο «Δράσεις Ενεργού Πολίτη» στο Νηπιαγωγείο, το Δημοτικό, το Γυμνάσιο και το Λύκειο (ΦΕΚ 6048, τεύχος Β', 1/11/2024), με σκοπό οι μαθητές να καταστούν ικανοί να ανταποκριθούν στο συνεχώς μεταβαλλόμενο παγκόσμιο περιβάλλον, αναλαμβάνοντας

υπεύθυνα δράση και πρωτοβουλίες. Το πρόγραμμα κινείται στο πλαίσιο των 17 Στόχων Βιώσιμης Ανάπτυξης (ΣΒΑ), όπως θεσπίστηκαν από τον Οργανισμό Ηνωμένων Εθνών (ΟΗΕ) το 2015. Οι ΣΒΑ προσφέρουν έναν παγκόσμιο καταστατικό χάρτη για τη βιώσιμη ανάπτυξη, καλώντας τους πολίτες να συμβάλουν στη διαμόρφωση ενός δίκαιου, ειρηνικού και βιώσιμου μέλλοντος. «Σε αυτό το πλαίσιο, το Πρόγραμμα Σπουδών (ΠΣ) «Δράσεις Ενεργού Πολίτη» προωθεί μια ολιστική προσέγγιση, ενσωματώνοντας τους 17 ΣΒΑ και καλλιεργώντας στους μαθητές και τις μαθήτριες τη δυνατότητα να αντιμετωπίζουν σύνθετα κοινωνικά, οικονομικά και περιβαλλοντικά ζητήματα. Σκοπός του ΠΣ είναι να προετοιμάσει πολίτες με δεξιότητες κριτικής σκέψης, συνεργασίας και κοινωνικής υπευθυνότητας οι οποίοι συμβάλουν ενεργά στη δημιουργία μιας βιώσιμης κοινωνίας, βασισμένης στην αειφορία, την κοινωνική δικαιοσύνη και την περιβαλλοντική προστασία» (ΙΕΠ, 2024).

Η μεθοδολογία με την οποία καλούνται οι εκπαιδευτικοί να το υλοποιήσουν προτείνεται να είναι ολιστική, δηλαδή αποφεύγοντας τον αποκλεισμό οποιωνδήποτε σημαντικών πτυχών της ανθρώπινης εμπειρίας και προωθώντας μια λιγότερο υλιστική και μια πιο πνευματική κοσμοθεωρία με σκοπό μια πιο ισορροπημένη ανάπτυξη του ατόμου (Mahmoudi et al., 2012). Μια μεθοδολογία ταυτόχρονα διαθεματική και διεπιστημονική καθώς τα ζητήματα εμφανίζουν πολυπλοκότητα. Οι μαθητές και οι μαθήτριες καλούνται να εργαστούν με κριτική σκέψη και συνεργατικά και να προτείνουν εναλλακτικές λύσεις προάγοντας τη βιωσιμότητα. Η προσέγγιση αυτή συναντά τις ιδέες του Rousseau για ανάγκη ενίσχυσης της αυτοεκτίμησης των παιδιών, τη μάθηση μέσω εμπειρίας την εκπαίδευση που λαμβάνει υπόψη την έμφυλη διάσταση, την ανάγκη για συμπεριληπτικές και ανθρωποκεντρικές προσεγγίσεις, την αυτονομία, την κριτική σκέψη και ηθική ανάπτυξη των μαθητών. Για τον Rousseau η εκπαιδευτική προσέγγιση απαιτείται να ισοκατανέμεται ανάμεσα στη γνώση, την κοινωνικοποίηση και την ηθική διαμόρφωση (Sarkar & Suwendu, 2024). Το χαρακτηριστικό της ηθικής διαμόρφωσης τονίζεται και στις δράσεις του ενεργού πολίτη στο ελληνικό σχολείο αφού στον οδηγό του εκπαιδευτικού τονίζεται η ηθική υπευθυνότητα των μαθητών «τόσο μέσα όσο και πέρα από την τάξη τους, καθώς και τόσο ως προς αυτούς που έχουν μεγαλύτερη εξουσία από τους ίδιους όσο και ως προς τους ομοίους τους» (Δημόπουλος κ.ά., 2024, σ.18).

Με βάση τις παρατιθέμενες αυτές αρχές οι εκπαιδευτικοί έχουν τη δυνατότητα να σχεδιάσουν αποτελεσματικά προγράμματα πολιτότητας έχοντας όμως υπόψη ότι το κρυφό αναλυτικό πρόγραμμα του ελληνικού σχολείου δεν είναι υποστηρικτικό. Για παράδειγμα οι μαθητές δεν έχει γίνει κατορθωτό, αν πράγματι είναι επιθυμητό, να συμμετάσχουν ενεργά στη λήψη αποφάσεων για τη διοίκηση του σχολείου. Ο ρόλος των μαθητικών συμβουλίων παραμένει εν πολλοίς διεκδικητικός, σπανίως συμμετοχικός και με στάση που κινείται από την αντίδραση έως την πλήρη υποτακτικότητα (Παρασκευάς, 2020). Μαθητές και εκπαιδευτικοί έχουν ενστερνιστεί οι νόρμες που αναπαράγονται στο κοινωνικό πλαίσιο, χαρακτηριστικά ρόλων και ατομικές ή ομαδικές στρατηγικές για την αντιμετώπιση των καταστάσεων (Kärner & Schneider, 2024).

Προκειμένου λοιπόν οι εκπαιδευτικοί να ελέγξουν το αποτέλεσμα των δράσεών τους, θα πρέπει να έλθουν αντιμέτωποι με το ερώτημα του κατά πόσον ευθύνονται γι' αυτή την άτυπη μάθηση μέσω του κρυφού αναλυτικού προγράμματος (Kelly, 2004) και πως μπορούν να το λάβουν υπόψη τους στον σχεδιασμό τους.

### **Η Υπαίθρια Εκπαίδευση**

Στην ελληνική εκπαίδευση προβλέπονται μετακινήσεις των μαθητών πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης εκτός σχολείου στην Υπουργική Απόφαση 20883-ΓΔ4 (ΦΕΚ 456

τ.Β'/13-02-2020) όπου τίθεται ως σκοπός η επαφή με τη φύση και την άθληση. Συγκεκριμένα στον σχολικό περίπατο, μεταξύ άλλων τονίζεται ο ψυχαγωγικός χαρακτήρας της μετακίνησης. Στην περιγραφή του σχολικού περιπάτου αναφέρονται κυρίως προορισμοί με «ιδιαιτέρη εκπαιδευτική αξία (πολιτιστική, αρχαιολογική, ιστορική, οικολογική)» όπου παρέχεται στους μαθητές «η δυνατότητα να γνωρίσουν τα επιτεύγματα του ανθρώπου μέσα στη μακροχρόνια πορεία του πολιτισμού και να καλλιεργήσουν την κοινωνικότητά τους». Σε μετέπειτα σημείωση αναφέρονται τα αθλητικά κέντρα αλλά χωρίς αναλυτική προσέγγιση των στόχων και των δραστηριοτήτων που θα υλοποιηθούν εκεί. Η άλλη μορφή μετακινήσεων, οι Διδακτικές επισκέψεις, είναι δυνατό να πραγματοποιούνται σε χώρους επιστημονικής, ιστορικής, θρησκευτικής, πολιτιστικής και περιβαλλοντικής αναφοράς, σε μονάδες παραγωγής, αξιοθέατα, αθλητικές εγκαταστάσεις κ.λπ., κατόπιν συνεννόησης και σε συνεργασία με τους αρμόδιους κατά περίπτωση δημόσιους ή ιδιωτικούς φορείς, όπως υπηρεσίες του Υπουργείου Πολιτισμού, ιστορικά αρχεία, δημοτικές βιβλιοθήκες, φυσιολατρικές λέσχες, επιμελητήρια, επιστημονικούς συλλόγους, κέντρα νεότητας, κ.λπ. Στην περίπτωση της ημερήσιας εκπαιδευτικής εκδρομής, τονίζονται ιδιαίτερα τα αθλητικά κέντρα, παιδικές κατασκηνώσεις και άλλα, και τονίζεται η υποχρεωτικότητα ελέγχου των πιστοποιητικών καταλληλότητας του χώρου και των παρεχόμενων υπηρεσιών. Στις εκπαιδευτικές επισκέψεις στο πλαίσιο υλοποίησης δράσεων περιβαλλοντικής, πολιτισμού κ.λπ. τίθεται περίπου το ίδιο πλαίσιο βαθμών ελευθερίας και μάλιστα με περισσότερες ημέρες μετακίνησης. Επιπλέον στα σχολεία εορτάζεται κάθε χρόνο η Πανελλήνια Ημέρα Σχολικού Αθλητισμού όπου το υπουργείο προτείνει στα σχολεία να υλοποιήσουν αθλητικές δράσεις/δραστηριότητες ή/και εκδηλώσεις, οι οποίες μπορούν να διεξαχθούν εντός ή/και εκτός του σχολικού χώρου, καθ' όλη τη διάρκεια του σχολικού ωραρίου, προκειμένου να αναδειχθούν τα οφέλη και η σημασία της φυσικής δραστηριότητας, της σωματικής άσκησης και του αθλητισμού για την υγεία και τη βελτίωση της ποιότητας ζωής (Παπαδημητρίου & Κανταρτζή, 2023).

Όπως και ο Rousseau, έτσι και οι σύγχρονες προσεγγίσεις της υπαίθριας εκπαίδευσης αναγνωρίζουν τη φύση ως δυναμικό εκπαιδευτικό περιβάλλον που προάγει την αυτονομία, τη χαρά και την αυθεντική μάθηση (Hill, 2012; Henrietta & Cosarba, 2023) όπου η ύπαιθρος θεωρείται το πλαίσιο και όχι το αντικείμενο της μάθησης (Cutting & Passy, 2022). Η αξιοποίηση των υπαίθριων χώρων στην ελληνική προσχολική εκπαίδευση φαίνεται να επηρεάζεται σημαντικά από το κοινωνικό και θεσμικό πλαίσιο. Όπως δείχνει η μελέτη των Sakellariou & Βανου (2022), τόσο οι εν ενεργεία, όσο και οι μελλοντικοί νηπιαγωγοί αναγνωρίζουν τη σημασία του φυσικού περιβάλλοντος για την ολόπλευρη ανάπτυξη των παιδιών και πιο συγκεκριμένα την αξία του παιχνιδιού στο ύπαιθρο για τη σωματική, κοινωνική και γνωστική ανάπτυξη τους. Παρ' όλα αυτά, η αξιοποίηση αυτών των υπαίθριων χώρων ως μαθησιακών πεδίων παραμένει περιορισμένη. Αυτό οφείλεται εν μέρει στη θεσμική αντίληψη του σχολικού αυλόγυρου ως χώρου ελεύθερου παιχνιδιού και ψυχαγωγίας, αλλά και στην έλλειψη κατάλληλης επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών όσον αφορά στον παιδαγωγικό σχεδιασμό δραστηριοτήτων στη φύση. Μάλιστα, οι εν ενεργεία νηπιαγωγοί εμφανίζονται περισσότερο επιφυλακτικές/οι λόγω θεσμικών περιορισμών, φόβου τραυματισμών και αυστηρών κανόνων λειτουργίας. Δίνουν έμφαση στην ασφάλεια και τον έλεγχο των παιδιών, με αποτέλεσμα να περιορίζεται η παιδαγωγική αξιοποίηση των φυσικών χώρων. Αντίθετα, οι μελλοντικοί εκπαιδευτικοί εμφανίζονται πιο πρόθυμες/οι να δώσουν ελευθερία στα παιδιά και να εμπλουτίσουν την εμπειρία τους στη φύση.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει, επίσης, η διαπίστωση ότι οι υπαίθριοι χώροι αντιμετωπίζονται κυρίως ως πεδία παιχνιδιού και όχι ως οργανωμένα περιβάλλοντα μάθησης. Αν και θεωρητικά αναγνωρίζεται η σημασία του βιωματικού παιχνιδιού, στην πράξη οι δραστηριότητες συχνά περιορίζονται σε απλή «εκτόνωση» των παιδιών και όχι σε μαθησιακές ή διερευνητικές προσεγγίσεις. Ακόμη πιο αποκαλυπτικά είναι τα ευρήματα των Christidou, Tsevreli, Epitropou & Kittas (2013), οι οποίοι μελέτησαν τις εμπειρίες και τις αντιλήψεις παιδιών δημοτικού σχολείου για το σχολικό προαύλιο. Παρά την ύπαρξη φυσικών στοιχείων, τα παιδιά δεν ανέπτυξαν ουσιαστική σχέση με τον χώρο ούτε τον αντιλαμβάνονταν ως πεδίο μάθησης. Αντιθέτως, τον αντιμετώπιζαν κυρίως ως χώρο παιχνιδιού ή κοινωνικοποίησης, δίνοντας έμφαση σε κατασκευασμένα στοιχεία (γήπεδα, κιάσκι) και αγνοώντας συχνά τα φυσικά χαρακτηριστικά (π.χ. δέντρα). Η έλλειψη συμμετοχής των παιδιών στον σχεδιασμό του χώρου, η απουσία αισθήματος του «ανήκειν» και η μη αξιοποίηση του περιβάλλοντος για περιβαλλοντική ή διαθεματική μάθηση συνιστούν κρίσιμες παιδαγωγικές ελλείψεις. Αξιοσημείωτο είναι ότι τα παιδιά είχαν σαφείς και ουσιαστικές ιδέες για τη βελτίωση του σχολικού τους χώρου, επιθυμώντας περισσότερα φυσικά στοιχεία, μεγαλύτερη ποικιλία παιχνιδιών και περισσότερη ελευθερία κινήσεων. Εντούτοις, θεωρούσαν πως οι απόψεις τους δεν θα εισακούονταν από τους ενήλικες, γεγονός που μαρτυρά το πόσο περιορισμένος είναι ο ρόλος τους ως ενεργών συμμετεχόντων στο σχολικό περιβάλλον –σε αντίθεση με όσα προτείνει ο Rousseau για την αυτονομία του παιδιού.

### ***Σύνδεση Υπαίθριας Εκπαίδευσης και Πολιτότητας***

Η σύνδεση υπαίθριας μάθησης και πολιτότητας συναντώνται στο πεδίο της ευαισθητοποίησης των μαθητών για τους Παγκόσμιους Στόχους της Βιώσιμης Ανάπτυξης, με όραμα τη διαμόρφωση Ενεργών Πολιτών, οι οποίοι θα αναλάβουν δράση για τη μεγάλη αλλαγή στον πλανήτη. Η επιλογή ειδικά της υπαίθριας μάθησης έχει υποδειχθεί ως αποτελεσματική μέσα από μελέτες και καταγραφή καλών πρακτικών.

Οι Lekies & Fisher (2025) ερεύνησαν τα οφέλη της συμμετοχής σε δράσεις των παιδιών μικρής ηλικίας σε κοινοτικούς χώρους και ιδιαίτερα σε ότι αφορά το κομμάτι της πολιτότητας και κατέληξαν ότι αυτοί οι εξωτερικοί χώροι έχουν απεριόριστες δυνατότητες για την εκπαίδευση των παιδιών αφού έχουν ευκαιρίες να μάθουν από τον κόσμο γύρω τους, να δημιουργήσουν σχέσεις με μέλη της κοινότητας και οργανισμούς, να αναπτύξουν την αίσθηση του ανήκειν και της ταυτότητας και να βιώσουν και να ασκήσουν την ιδιότητα του πολίτη. Επίσης, επισημαίνουν το κρίσιμο ρόλο των εκπαιδευτικών που απαιτείται να ευθυγραμμίσουν τις δραστηριότητες με το πρόγραμμα σπουδών, να τεκμηριώσουν τη μάθηση και να διαχειριστούν τους κινδύνους και βρίσκουν απαραίτητη τη στήριξή τους με προγράμματα ενδοϋπηρεσιακής εκπαίδευσης. Στην μελέτη των Yildirim & Çalişkan (2022), σε μαθητές μεγαλύτερης ηλικίας, δασκάλους και γονείς, για τον αντίκτυπο προγραμμάτων εκπαίδευσης αξιών του πολίτη, που βασίστηκαν σε υπαίθριες δραστηριότητες, διαπιστώθηκε ότι τα αποτελέσματα ήταν θετικά και ότι η μάθηση μέσω της πράξης και της ζωής, οδήγησε σε μόνιμη μάθηση, επηρέασε θετικά τις συμπεριφορές των μαθητών και βελτίωσε τις αξίες των μαθητών.

Στην ελληνική εκπαίδευση και οι δράσεις για την πολιτότητα και οι δράσεις της υπαίθριας μάθησης χρειάζεται αφενός να εμπλουτισθούν και αφετέρου να τεκμηριωθούν οι καλές πρακτικές ώστε να μπορεί να ωφεληθεί το σύνολο της εκπαιδευτικής κοινότητας. Ακόμα και σε χώρες όπου η υπαίθρια μάθηση έχει παρελθόν διαπιστώνεται από τη μια η

αποτελεσματικότητα και από την άλλη διαπιστώνεται η ανάγκη για περαιτέρω έρευνα σ' αυτήν σε συγκεκριμένους τομείς όπως των σχέσεων που συγκροτούν ένα στοιχείο λειτουργικότητας του πολίτη. Ακόμα και στη σύνδεση της υπαίθριας μάθησης και της μάθησης για τον ενεργό πολίτη διαπιστώνεται η ανάγκη έρευνας για να διαπιστωθεί η σύνδεσή τους με το αναλυτικό πρόγραμμα των άλλων μαθημάτων (Quay, Dickinson & Nettleton, 2000).

## Επισημάνσεις - Συμπεράσματα

Οι ιδέες του Rousseau που αναπτύχθηκαν παραπάνω συνδέονται με τη σύγχρονη εκπαίδευση, την οποία φαίνεται ότι επηρέασαν βαθιά, παραμένοντας σημαντικές και επίκαιρες μέχρι σήμερα. Στο έργο του διανοητή του Διαφωτισμού εδράζονται οι αρχές της κοινωνικής και πολιτικής αγωγής και της καλλιέργειας της ενεργού πολιτότητας των μαθητών για την οποία γίνεται σήμερα συζήτηση. Η ολιστική προσέγγιση που αναφέρθηκε παραπάνω ως αναγκαιότητα στην εκπαίδευση, υποστηρίχτηκε από τον Rousseau που επιζητούσε την ενοποίηση διανοητικής, ηθικής και σωματικής ανάπτυξης. Επίσης στο Κοινωνικό του Συμβόλαιο όρισε την εκπαίδευση θεμελιώδη παράγοντα για τη διαμόρφωση πολιτών που συμβάλλουν θετικά στην κοινωνία, βάζοντας τα θεμέλια της εκπαίδευσης του ενεργού πολίτη και της καλλιέργειας μέσα από την εκπαίδευση των αξιών της πολιτότητας, της κοινωνικής ευθύνης και της κοινωνικής δικαιοσύνης. Επιπλέον θέσεις του συμπλέουν με την άποψη ότι η εκπαίδευση αποτελεί μια δια βίου διαδικασία, κατά τη διάρκεια της οποίας κάθε άνθρωπος οφείλει να αναλάβει την ευθύνη της δικής του εκπαίδευσης και να αναζητήσει τη γνώση έξω από τα επίσημα σχολικά και κοινωνικά πλαίσια. Σήμερα που η ρητορική επικεντρώνεται στο ότι η εκπαίδευση δεν θα πρέπει να επικεντρώνεται στη διανοητική μόνο ανάπτυξη, αλλά και στην καλλιέργεια των συναισθημάτων και των ηθικών αρετών και ότι η ενσυναίσθηση, η συμπόνια και το αίσθημα δικαιοσύνης είναι σημαντικά χαρακτηριστικά που πρέπει να καλλιεργούνται στα παιδιά μέσω της εκπαίδευσης, ο Rousseau επανέρχεται στο προσκήνιο. Οι σύγχρονες αντιλήψεις ότι η πραγματική μάθηση επιτυγχάνεται μέσω της εμπειρίας, αντί της παθητικής αποστήθισης και ότι τα παιδιά μαθαίνουν καλύτερα όταν αλληλεπιδρούν με το περιβάλλον τους, εξερευνούν ενεργά τον κόσμο γύρω τους και αντιμετωπίζουν προκλήσεις που διεγείρουν την περιέργεια και τις ικανότητες επίλυσης προβλημάτων, είναι ιδέες και του Rousseau που έθεσε τα θεμέλια της ενεργητικής μάθησης και της ενεργού εμπλοκής του μαθητή στη μαθησιακή διαδικασία. Η εκπαίδευση πολιτότητας που απορρέει από τις ιδέες του συναντά τις τεχνικές μάθησης με ανάπτυξη της φαντασίας μέσα από αφηγήσεις, το παιχνίδι και την καλλιτεχνική έκφραση για την καλλιέργεια της ενσυναίσθησης και της ηθικής κατανόησης.

Όσον αφορά στην υπαίθρια μάθηση (outdoor learning), διαπιστώνεται διασύνδεση των ιδεών του Rousseau με τις σύγχρονες τάσεις της παιδαγωγικής επιστήμης και πρακτικής αυτών των δράσεων. Δίνεται έμφαση στις ανάγκες, τα ενδιαφέροντα και τις ικανότητες του μαθητή, απορρίπτεται η αυταρχική διδασκαλία και μπαίνει στο επίκεντρο η ανακαλυπτική μάθηση, το παιχνίδι, η σωματική δραστηριότητα και η βιωματική μάθηση. Η διερευνητική μάθηση και η μέθοδος project ακολουθούν τη ρουσική αρχή περί παιδαγωγικής. Επίσης, δίνεται μεγάλη έμφαση στην εκπαίδευση στη φύση, με προνομιούχα τα σχολεία που εδράζονται κοντά σε φυσικά περιβάλλοντα. Ο τύπος αυτός της μάθησης και ο Rousseau συναντιέται με εκπαιδευτικά μοντέλα όπως αυτό της Μοντεσσόρι (1912), το Waldorf και η προσέγγιση Reggio Emilia που αντλούν στοιχεία από τις ρουσικές αρχές περί αυτονομίας

και φυσικής ανάπτυξης του παιδιού, επιτρέποντάς του να αναπτύξει τις δεξιότητές του μέσα από την ελεύθερη επιλογή δραστηριοτήτων και τη μάθηση μέσω της πράξης. Η μάθηση στον εξωτερικό χώρο για να είναι αποτελεσματική, επιβάλλεται να είναι βιωματική. Στο σημείο αυτό συναντιέται με παιδαγωγικές μεθόδους, όπως του John Dewey (1938), του Piaget (1972) και του Vygotsky (1978), οι οποίοι τόνισαν τη σημασία της εμπειρίας στη μαθησιακή διαδικασία. Επίσης, συνδέεται με τη διερευνητική μάθηση, η οποία έχει κεντρικό ρόλο στα ισχύοντα Προγράμματα Σπουδών του ελληνικού εκπαιδευτικού συστήματος (ΙΕΠ, 2022).

Όσον αφορά στο ελληνικό σχολείο υπάρχει ανάγκη ανάπτυξης της υπαίθριας μάθησης σ' όλους τους τύπους σχολείων πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Κάθε τύπος έχει ιδιαιτερότητες και ιδιαίτερες ανάγκες. Για παράδειγμα, υπάρχει ανάγκη αναθεώρησης της παιδαγωγικής χρήσης των υπαίθριων χώρων του νηπιαγωγείου. Πρέπει να μετατοπιστεί η έμφαση από τον έλεγχο και την ασφάλεια, στην ενίσχυση της αυτενέργειας, της δημιουργικότητας και της εξερεύνησης. Παράλληλα, προτείνεται η αναβάθμιση της επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών, ώστε να αποκτήσουν την αυτοπεποίθηση και τα εργαλεία να σχεδιάσουν και να αξιοποιήσουν παιδαγωγικά τον εξωτερικό χώρο. Η ενεργή συμμετοχή των παιδιών στον σχεδιασμό και τη χρήση των υπαίθριων περιβαλλόντων προτείνεται ως ουσιαστικός στόχος, με σκοπό την ενίσχυση της περιβαλλοντικής ευαισθητοποίησης, της αίσθησης του ανήκειν και της χαράς της μάθησης μέσω της φύσης. Το παιχνίδι με φυσικά υλικά, η εμπλοκή των παιδιών στον σχεδιασμό του χώρου, και η πολυδιάστατη συμμετοχή του/της εκπαιδευτικού (ως παρατηρητή, εμπυχωτή, διαμεσολαβητή, οργανωτή και συμμετόχου) αναδεικνύονται ως βασικά στοιχεία μιας παιδαγωγικής προσέγγισης που τιμά τις απόψεις του Rousseau και επαναφέρει το παιδί στο κέντρο της εκπαιδευτικής διαδικασίας.

Γενικά η αναθεώρηση των παιδαγωγικών πρακτικών υπό το φως των παραπάνω ευρημάτων, καθώς και η θεσμική υποστήριξη για την ενσωμάτωση του παιχνιδιού στη φύση με οργανωμένο και ουσιαστικό τρόπο, αποτελούν κρίσιμα βήματα προς μια πιο δημοκρατική και ολιστική εκπαιδευτική πραγματικότητα. Έχει σημασία να ειπωθεί ότι η (επανα)κατασκευή των αντιλήψεών τους από τις καθηγητές, όπως έχει παρατηρηθεί (Ferreira & Pitarma, 2018) επιτυγχάνεται όταν έχουν παρακολουθήσει σεμινάρια για την υπαίθρια μάθηση μόνον όταν το σεμινάριο είχε υλοποιηθεί με την ίδια μεθοδολογία και τόπο, δηλαδή σε εξωτερικό χώρο με δραστηριότητες με κέντρο τον εκπαιδευόμενο.

Ο Rousseau έβαλε τα θεμέλια ενός εκπαιδευτικού συστήματος που σέβεται τη μοναδικότητα κάθε παιδιού και προσαρμόζει τις διδακτικές μεθόδους ανάλογα, καθώς πίστευε ότι η εκπαίδευση πρέπει να ανταποκρίνεται στις ιδιαίτερες ανάγκες και τα ενδιαφέροντα κάθε μαθητή, η οποία είναι μια στάση που δεν χαρακτηρίζει την ελληνική εκπαίδευση στην οποία η ρητορική τονίζει τη σημασία της ανάπτυξης της κριτικής ικανότητας ενώ η πρακτική δεν την ευνοεί. Πρόβλημα επίσης μπορεί να υπάρξει αν η εκπαίδευση στην πολιτότητα και στην μάθηση έξω από το σχολείο, ακολουθήσει τις ιδέες του Rousseau που θεωρούσε ότι η εκπαίδευση πρέπει να διδάσκει στους ανθρώπους να αμφισβητούν την εξουσία και να σκέφτονται ανεξάρτητα, αντί να αποδέχονται άκριτα τις κοινωνικές συμβάσεις.

Συμπερασματικά οι παιδαγωγικές ιδέες του Rousseau εξακολουθούν να έχουν σημαντική επίδραση στη σύγχρονη εκπαιδευτική θεωρία και πρακτική. Οι αρχές της φυσικής αγωγής, της βιωματικής μάθησης και της ελευθερίας στην εκπαίδευση βρίσκουν εφαρμογή σε πολλές παιδαγωγικές προσεγγίσεις, επιβεβαιώνοντας τη διαχρονική αξία των απόψεών του. Η εκπαιδευτική φιλοσοφία του έχει αφήσει διαχρονικό αποτύπωμα σε διάφορους τομείς, όπως η ψυχολογία, η κοινωνιολογία και η πολιτική θεωρία και συνεχίζουν να τροφοδοτούν τον

δημόσιο διάλογο γύρω από την εκπαιδευτική πολιτική. Ειδικά για τον ελληνικό χώρο όπου η εκπαίδευση στην πολιτότητα εισήχθη ως αντικείμενο μάθησης και η υπαίθρια μάθηση δεν είναι αναπτυγμένη, μπορεί να αποτελέσει μια πλατφόρμα ιδεών για να την ανάπτυξη διαλόγου και την άντληση ιδεών.

## Αναφορές

- Ahlers, J. (2021). *Let's get our hands dirty. Greening adult learning and education*. Brussels: European Association for the Education of Adults (EAEA).
- Bennett, R. Z. (2019). *Making Virtue Reign: Citizenship and Civic Education in the Political Philosophy of Jean-Jacques Rousseau*. Austin: The University of Texas.
- Christidou, V., Tsevreni, I., Epitropou, M., & Kittas, C. (2013). Exploring primary children's views and experiences of the school ground: The case of a Greek school. *International Journal of Environmental and Science Education*, 8(1), 59–83.
- Collins, M. P. (1976). Rousseau's philosophy (or philosophies?) of education. *The Irish Journal of Education*, 2, 51-80.
- Cutting, R., & Passy, R. (eds.). (2022). *Contemporary Approaches to Outdoor Learning Animals, the Environment and New Methods*. New York: Palgrave Macmillan.
- Dewey, J. (1938). *Experience and Education*. Urbana, Illinois: Kappa Delta Pi.
- Durna, R., & Svobodová, H. (2020). Strengthening Pupils' Physical Activity through Outdoor Education. *Studia sportiva*, 14, 26-38.
- Durna, R., & Svobodová, H. (2020). Strengthening Pupils' Physical Activity through Outdoor Education. *Studia sportiva*, 14(2), 26-38.
- Ferreira, E.M., & Pitarma, R. (2018). Outdoor Learning Activities as Facilitators in the Construction of Environmental Citizenship. In Llevot-Calvet N and Bernad Caverro O. (eds). *Advanced Learning and Teaching Environments - Innovation, Contents and Methods*. London: IntechOpen.
- Finn, K., Yan, Z., & McInnis, K. (2018). Promoting Physical Activity and Science Learning in an Outdoor Education Program. *Journal of Physical Education, Recreation & Dance*, 89(1), 35-39.
- Gill, T. (2014). *The Play Return: A review of the wider impact of play initiatives*. London: UK Children's Play Policy Forum.
- Harun, M., & Salamuddin, N. (2014). Promoting Social Skills through Outdoor Education and Assessing Its' Effects. *Asian Social Science*, 10(5), 71-78.
- Henrietta, T., & Cosarba, E. (2023). Outdoor Education as an Interface between Traditional and Modern Learning Approaches: A Curriculum-Based Analysis at Core Curriculum Stage in Romania. *Journal plus Education*, 34(2), 307-323.
- Hill, A. (2012). Developing approaches to outdoor education that promote sustainability education. *Journal of Outdoor and Environmental Education*, 16(1), 15-27.
- Horsley, N. (2019). *Education for Democratic Citizenship: Theory and Teaching Practice. The political and social dimensions of formal education. Ideology, hidden curricula and the education of the citizen*. Διαθέσιμο στο <https://training.stepup-dc.eu>.
- Hoskins, B., Janmaat, J., & Villalba, E. (2012). Learning citizenship through social participation outside and inside school: An international, multilevel study of young people's learning of citizenship. *British Educational Research Journal*, 38(3), 419-446.
- Hudson, W. H. (1903). *Rousseau and Naturalism in Life and Thought*. Edinburgh: T.& T. Clark.
- Humberstone, B., & Stan, I. (2012). Nature and well-being in outdoor learning: Authenticity or performativity. *Journal of Adventure Education & Outdoor Learning*, 12(3), 183-197.
- Kärner, T., & Schneider, G. (2024). A Scoping Review on the Hidden Curriculum in Education. *Research in Education Curriculum and Pedagogy: Global Perspectives*, 1, 1-29.
- Kelly, V. A. (2004). *The Curriculum Theory and Practice* (5th Ed). London: SAGE Publications.

- Lekies, S. K., & Fisher, K. (2025). *Community spaces for outdoor play, learning and citizenship*. NY: Routledge.
- Lester, S., & Russell, W. (2008). *Play for a Change – Play, Policy and Practice: A review of contemporary perspectives*. London: National Children's Bureau.
- Mahmoudi, S., Jafari, E., Hasan, A., Nasrabadi, H., & Liaghatdar, M. (2012). Holistic Education: An Approach for 21 Century. *International Education Studies*, 5(3), 178-186.
- McCurdy, L., Winterbottom, K., Mehta, S., & Roberts, J. (2010). Using Nature and Outdoor Activity to Improve Children's Health. *Current Problems in Pediatric and Adolescent Health Care*, 40(5), 101-117.
- Mezirow, J. (2009). Transformative learning theory. In J. Mezirow & E. W. Taylor (Eds.), *Transformative learning in practice: Insights from community, workplace, and higher education* (pp. 18-33). Hoboken, NJ: Jossey-Bass.
- Montessori, M. (1912). *The Montessori Method* (2nd ed). New York: Frederick A. Stokes Company.
- Natalini, A., & Orecchio, F. (2022). Attività e gioco all'aperto tra benefici, apprendimento e benessere fisico, cognitivo e sociale. *Formazione & Insegnamento XX*, 20, 387-403.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1972). *The Psychology of the Child* (2nd ed). New York: Basic Books.
- Pouwels, J. (2023). International Journal of Social Pedagogy Infinite avoidance and splendid isolation: Rousseau and the use of conflicts in education. *International Journal of Social Pedagogy*, 12(1), 14.
- Quay, J., Dickinson, S., & Nettleton, B. (2000). Community, Caring and Outdoor Education. *Australian Journal of Outdoor Education*, 5(1), 1-14.
- Rousseau, J. J. (1762). *Émile, ou De l'éducation*. Paris: Jean Néaulme (Duchesne) à La Haye.
- Sakellariou, M., & Banou, M. (2022) Play within outdoor preschool learning environments of Greece: a comparative study on current and prospective Kindergarten Educators. *Early Child Development and Care*, 192(6), 887-903.
- Sari, A. (2018). The Impacts of Outdoor Learning Activities on Children's Self Development. *Academic Journal Perspective: Education, Language, and Literature*, 4(1), 1-8.
- Sarkar, M. & Suvendu, R. (2024). Rousseau's 'Emile': Unveiling Revolutionary Pedagogical Insights for Modern Education. *International Journal of Creative Research Thoughts*, 12, 355-367.
- Sarkar, M., & Ray, S. (2024). Rousseau's 'Emile': Unveiling Revolutionary Pedagogical Insights for Modern Education. *International journal of creative research thoughts*, 12(7), 355-367.
- Trochtová, L., Pospíšil, J., & Pospíšilová, H. (2021). The role and importance of outdoor leisure activities on the change of values: Impacts on personal development and education. *Proceedings of 15th International Technology, Education and Development Conference 8-9 March 2021* (pp. 5334-5340).
- Vasudeva Rao, B.S, & Rao, D.S. (1981). The Role of Recreational Activities in Adult Education. *The Educational Review*, LXXXVII, 206-209.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society. The Development of Higher Psychological Processes*. London: Harvard University Press.
- Yıldırım, Y., & Çalışkan H. (2022). The impact of outdoor activity based values education program on the effective citizenship values of students. *International Journal of Psychology and Educational Studies*, 9(3), 706-718.
- Δημόπουλος, Κ., Χατζηχρήστου, Χ., Λαμπροπούλου, Α., Σιφακάκης, Π., Τσιωτάκης, Π., Λογιώτης, Γ., Ιωακειμίδου, Β., Υφαντή, Θ., Γεωργακάκου-Κουτσονίκου, Ν., & Δημοπούλου, Μ. (2024). *Δράσεις Ενίσχυσης της Ενεργού Πολιτειότητας. Οδηγός του εκπαιδευτικού*. Αθήνα: Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής (ΙΕΠ).
- ΙΕΠ (2022). *Προγράμματα Σπουδών*. Διαθέσιμο στο <https://www.iep.edu.gr/el/nea-ps-provoli> (τελευταία πρόσβαση: 31/01/2025)
- ΙΕΠ (2024). *Πρόγραμμα Σπουδών «Δράσεις Ενεργού Πολίτη»*. ΦΕΚ 6048, τεύχος Β', 1/11/2024).
- Μπεκιάρη, Α. (2023). Η Κινητική Αναψυχή ως «παιδαγωγός» . Στο Κουθούρης, Χ., Ζαφειρούδη, Α., Πατσιαούρας, Α., Μπεκιάρη, Α., Ζήση, Β., & Δαλαμήτρος, Α. *Κινητική Αναψυχή: Φύση, Σπορ, Τέχνες*. Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις. <https://hdl.handle.net/11419/891>

- Παπαδημητρίου, Γ., & Κανταρτζή, Ε. (2023). Υπαίθρια Εκπαίδευση: Μια επιλογή με πολλαπλά οφέλη. *Culture - Journal of Culture in Tourism, Art and Education*, 3(1), 69-73.
- Παρασκευάς, Ε. (2020). *Μαθητική Ηγεσία – Συμμετοχή στη Λήψη Αποφάσεων*. (διπλωματική εργασία) Βόλος: Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας- σχολή ανθρωπιστικών και κοινωνικών επιστημών παιδαγωγικό τμήμα δημοτικής εκπαίδευσης.
- Χελιτσιάδου, Ζ. (2009). *Οι παιδαγωγικές απόψεις του Rousseau στο έργο του Αιμίλιος*. Θεσσαλονίκη: Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης.

## Αλγόριθμος του Ευκλείδη και Πυθαγόρειο Θεώρημα: Ελληνικές Δημιουργίες;

Μαστρογιάννης Αλέξιος  
[alexmastr@sch.gr](mailto:alexmastr@sch.gr)

Επόπτης Ποιότητας της Εκπαίδευσης στη ΔΠΕ Αιτωλοακαρνανίας

**Περίληψη.** Τα αρχαία ελληνικά Μαθηματικά και η προέλευσή τους αποτελούν πεδίο επιστημονικών αντιπαραθέσεων και διαμαχών, καθώς οι επικρίσεις, από μερίδα ιστορικών, για βαβυλωνιακές και αιγυπτιακές επιρροές είναι διαρκείς και επίμονες. Κατά πάσα πιθανότητα, ο αλγόριθμος του Ευκλείδη και το Πυθαγόρειο Θεώρημα, δυο κλασικές και θρυλικές μαθηματικές ανακαλύψεις, τις οποίες μελετά η παρούσα εργασία, εντοπίζονται σε προελληνικά κείμενα, αλλά δίχως, τη μαθηματική αυστηρότητα, καθώς τα Προελληνικά Μαθηματικά ήταν αλγοριθμικά και εμπειρικά, με παντελή απουσία αποδείξεων και συλλογιστικών διεργασιών. Απεναντίας, η κορυφαία ελληνική συμβολή στη θεμελίωση και στην αυστηρή απαρχή της θεωρητικής μαθηματικής επιστήμης εδράζεται στον συμπερασμό, στην αξιωματοποίηση και στην εισαγωγή αποδεικτικών μεθοδολογιών. Σε κάθε περίπτωση, στο πλαίσιο της μη παρθενογένεσης της επιστήμης, ακόμη και αν υπάρχουν προηγούμενες επιρροές, η πρωτοτυπία και η αυθεντικότητα του ελληνικού μαθηματικού πνεύματος παραμένουν ακέραιες και αδιάστρεπτες.

**Λέξεις κλειδιά:** Αλγόριθμος, Ευκλείδης, Πυθαγόρειο, Βαβυλώνιοι, Αιγύπτιοι, Κινέζοι

### Εισαγωγή

Η προέλευση των αρχαίων ελληνικών Μαθηματικών φαίνεται ότι απασχολεί σοβαρά τη διεθνή βιβλιογραφία (τουλάχιστον ένα τμήμα της). Μάλιστα, η απάντηση θεωρείται εξαιρετικά δύσκολη (Netz, 2022; Waschkies, 2004). Ωστόσο, ο Friberg (2007; 2005) βρίσκει «εκπληκτικά ίχνη βαβυλωνιακής προέλευσης στα ελληνικά Μαθηματικά», ακόμη και στον Ευκλείδη. Ο Saito (2004) ισχυρίζεται ότι η λεγόμενη γεωμετρική Άλγεβρα του δεύτερου βιβλίου των Στοιχείων του Ευκλείδη ήταν μια αντιγραφή της βαβυλωνιακής αλγεβρικής γνώσης, καθότι η ασυμμετρία ανάγκασε τους Έλληνες να αναπαραστήσουν τις άρρητες τετραγωνικές ρίζες με γεωμετρικά σχήματα. Ας σημειωθεί ότι οι Βαβυλώνιοι για καλύτερη κατανόηση οπτικοποιούσαν αφηρημένες αλγεβρικές έννοιες (Høyrup, 2013). Ο Ευάγγελος Σταμάτης (1979), Έλληνας καθηγητής Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης (με σημαντικές διακρίσεις), που μελέτησε πολύ τα αρχαία ελληνικά Μαθηματικά, ισχυρίζεται ότι πολλά από τα ελληνικά Μαθηματικά έφτασαν στην περιοχή της Μεσοποταμίας, μέσω της εκστρατείας του Μεγάλου Αλεξάνδρου, και σήμερα εκλαμβάνονται, λανθασμένα, ως βαβυλωνιακές δημιουργίες. Επίσης, συνεχίζει ο Σταμάτης, για πολλές βαβυλωνιακές πινακίδες είναι αδύνατος ο προσδιορισμός του χρόνου γραφής τους, καθώς είναι προϊόντα αρχαιοκαπηλίας.

Η παρούσα εργασία, μέσα σε αυτό το αινιγματικό πεδίο της επιστημονικής αχλής, περί της προέλευσης των ελληνικών Μαθηματικών, θα αποπειραθεί να καταγράψει δύο από τις βασικές ενστάσεις που αφορούν στην ακεραιότητα και τη μοναδικότητα των ελληνικών Μαθηματικών. Συγκεκριμένα, θα παρουσιαστούν προελληνικά δείγματα ύπαρξης του αλγόριθμου του Ευκλείδη και του Πυθαγόρειου Θεωρήματος. Ωστόσο, και αυτή η πιθανή

προγενέστερη γνώση αυτών των δύο σπουδαίων μαθηματικών γεγονότων (ανακαλύψουν και επινοήσεων) δεν αποδομεί, δεν αμαυρώνει μήτε αποδοξάζει την ακεραιότητα και την αυθεντικότητα των «υπαρξιακών» αρχαιοελληνικών Μαθηματικών, αλλά ούτε και απομειώνει, στο παραμικρό, τη μεγαλοπρέπεια του αρχαιοελληνικού μαθηματικού πνεύματος.

## Ο αλγόριθμος του Ευκλείδη στα προελληνικά Μαθηματικά

Ο αλγόριθμος του Ευκλείδη είναι ο πρώτος ιστορικά μη τετριμμένος αλγόριθμος και για αυτό του αποδόθηκε και το προσωνύμιο του «παππού όλων των αλγόριθμων» (Shiu, 2024; Russell & Norvig, 2011; Φωτάκης & Σπυράκης, 2001; Knuth, 1997). Χρησιμοποιείται μέχρι σήμερα για την εύρεση του Μέγιστου Κοινού Διαιρέτη (ΜΚΔ) αριθμών και είναι υποβοηθητικός ενός αλγόριθμου που μετατρέπει κάθε κλάσμα στο ισοδύναμό του ανάγωγο. Στηρίζεται, δε, στην αναλλοίωτη ιδιότητα ότι ο ΜΚΔ φυσικών αριθμών παραμένει ο ίδιος (αναλλοίωτος), μετά από την αντικατάσταση των μεγαλύτερων αριθμών, με τις αντίστοιχες διαφορές τού μικρότερου από καθέναν από αυτούς (ο μικρότερος αριθμός, που προκύπτει ύστερα από κάθε βήμα, παραμένει). Για παράδειγμα, για την εύρεση του ΜΚΔ των αριθμών 154 και 418, με τη μέθοδο του Ευκλείδη, ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:  $\text{ΜΚΔ}(154, 418) = \text{ΜΚΔ}(154, 264) = \text{ΜΚΔ}(154, 110) = \text{ΜΚΔ}(110, 44) = \text{ΜΚΔ}(44, 66) = \text{ΜΚΔ}(44, 22) = \text{ΜΚΔ}(22, 22)$ . Ο αλγόριθμος αυτός περιγράφεται από τον Ευκλείδη στην 1η, 2η και 3η πρόταση του 7ου βιβλίου των Στοιχείων του.

Η συμμετοχή, όμως, πολλών και μεγάλων αριθμών, με μεγάλες διαφορές μεταξύ τους, καθιστά την εύρεση του ΜΚΔ τους αρκετά χρονοβόρα διαδικασία. Για αυτό έχει παρουσιαστεί και μια άλλη βολικότερη-αποδοτικότερη εκδοχή του αλγόριθμου. Στην περίπτωση αυτή, αξιοποιείται η πρόταση ότι ο ΜΚΔ η αριθμών παραμένει ο ίδιος, μετά από την αντικατάσταση των μεγαλύτερων αριθμών, με τα αντίστοιχα υπόλοιπα της διαίρεσής τους με τον μικρότερο από αυτούς. Η ίδια διαδικασία συνεχίζεται μέχρι την τελευταία γραμμή, η οποία, απαραίτητα, θα περιλαμβάνει τον ΜΚΔ σε κάποια στήλη και n-1 μηδενικά ή μια μονάδα (άσο) και n-1 μηδενικά, αν οι n αριθμοί είναι πρώτοι μεταξύ τους. Για δύο αριθμούς, π.χ. 175 και 980, τα βήματα, για την εύρεση του Μέγιστου Κοινού Διαιρέτη τους, είναι τα εξής (οι μικρότεροι αριθμοί σκιάζονται σε κάθε σειρά και μεταφέρονται στην ίδια ακριβώς στήλη της αποκάτω γραμμής):

	175	980
1ο βήμα:	175	105, επειδή $980 = 5 \cdot 175 + 105$
2ο βήμα:	70	105, επειδή $175 = 1 \cdot 105 + 70$
3ο βήμα:	70	35, επειδή $105 = 1 \cdot 70 + 35$
4ο βήμα:	0	35, επειδή $70 = 35 \cdot 2 + 0$

Πιθανολογείται, βέβαια, ότι ο αλγόριθμος του Ευκλείδη δεν υπήρξε επινοήση του Ευκλείδη, καθώς η μέθοδος αυτή ήταν προγενέστερη, κατά 200 χρόνια, της εποχής του μεγάλου Έλληνα γεωμέτρη, και είναι σχεδόν σίγουρο ότι τη γνώριζε και ο Εύδοξος (Knuth, 1997; Shallit, 1994; Eves, 1989). Οι αρχαίοι Κινέζοι γνώριζαν και μια παραλλαγή του Ευκλείδειου αλγόριθμου (Zhang, 2009), γνωστή ως «δυναμικός αλγόριθμος εύρεσης του ΜΚΔ», η οποία είναι καταγεγραμμένη στο 1ο κεφάλαιο του βιβλίου «Jiuzhang Suanshu», το οποίο περιέχει Μαθηματικά των Κινέζων από το 1000 π.Χ. μέχρι το 50 μ.Χ. (Shen, Crossley & Lun, 1999). Οι Κινέζοι εφάρμοζαν τη μέθοδο κατά την απλοποίηση των κλασμάτων, ώστε να τα

καταστήσουν ανάγωγα (Lam, 1994). Ωστόσο, ο Knuth (1997) αναφέρει ότι ο δυαδικός αλγόριθμος εύρεσης του ΜΚΔ, στη σύγχρονη μορφή του, επινοήθηκε από τον Stein (1967), ενώ ο Bogomolny (2025a) θεωρεί ότι ο δυαδικός αλγόριθμος απλώς δημοσιεύθηκε από τον Stein, καθώς, ήδη από το 1962, τον είχαν ανακαλύψει οι R. Silver και J. Tersian.

Ο δυαδικός αλγόριθμος για την εύρεση του ΜΚΔ δυο φυσικών αριθμών  $\alpha$  και  $\beta$ , αξιοποιεί τα μισά των (άρτιων) αριθμών και στηρίζεται στις παρακάτω προτάσεις:

- Εάν  $\alpha, \beta$  άρτιοι, τότε  $\text{ΜΚΔ}(\alpha, \beta) = 2 \cdot \text{ΜΚΔ}(\alpha/2, \beta/2)$
- Εάν  $\alpha$  άρτιος και  $\beta$  περιττός, τότε  $\text{ΜΚΔ}(\alpha, \beta) = \text{ΜΚΔ}(\alpha/2, \beta)$
- Εάν  $\alpha, \beta$  περιττοί, τότε αντικαθίσταται το μεγαλύτερο από τα  $\alpha, \beta$  με  $|\alpha - \beta|$ , όπου, φυσικά,  $|\alpha - \beta|$  είναι άρτιος.

Ο αλγόριθμος αυτός είναι ιδιαίτερα αποδοτικός στο δυαδικό σύστημα (Taniguchi & Kunihiro, 2025), δεδομένου ότι εντοπίζονται πολύ εύκολα τα μισά των αριθμών, μέσω της αποκοπής του τελευταίου ψηφίου. Π.χ. το μισό του  $(11010)_2$  είναι το  $(1101)_2$ . Ένα παράδειγμα θα αποσαφηνίσει τη διαδικασία εφαρμογής του δυαδικού αλγόριθμου. Έστω ότι ζητείται ο ΜΚΔ (175, 980). Οι δυο αριθμοί γράφονται σε μια σειρά, ώστε, στη συνέχεια, να δημιουργηθούν, κάτω από αυτούς, οι ισάριθμες στήλες:

175	980	
175	490,	επειδή $\text{ΜΚΔ}(175, 980) = \text{ΜΚΔ}(175, 980/2)$
175	245,	επειδή $\text{ΜΚΔ}(175, 490) = \text{ΜΚΔ}(175, 490/2)$
175	70,	επειδή $\text{ΜΚΔ}(175, 245) = \text{ΜΚΔ}(175,  245-75 )$
175	35,	επειδή $\text{ΜΚΔ}(175, 70) = \text{ΜΚΔ}(175, 70/2)$
140	35,	επειδή $\text{ΜΚΔ}(175, 35) = \text{ΜΚΔ}(175,  175-35 )$
70	35,	επειδή $\text{ΜΚΔ}(140, 35) = \text{ΜΚΔ}(140/2, 35)$
35	35,	επειδή $\text{ΜΚΔ}(70, 35) = \text{ΜΚΔ}(70/2, 35)$
35	0,	επειδή $\text{ΜΚΔ}(35, 35) = \text{ΜΚΔ}(35,  35-35 )$

Οι αντίστοιχες στήλες με τους αριθμούς στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα είναι οι εξής:

10101111	1111010100
10101111	111101010
10101111	11110101
10101111	1000110
10101111	100011
10001100	100011
100011	100011
100011	100011
100011	0

Άρα,  $\text{ΜΚΔ}(175, 980) = 35$ , όπως αναμενόταν, κάνοντας χρήση των δύο παραπάνω τελευταίων προτάσεων, που αναφέρονται στη συμμετοχή δυο περιττών ή ενός άρτιου και ενός περιττού αριθμού.

Ο αλγόριθμος του Ευκλείδη, σε περιπτώσεις μεγάλων αριθμών, είναι αρκετά βραχυτελής. Πράγματι, σχετικά με την εύρεση του ΜΚΔ δυο αριθμών, ήδη από το 1844/1845, ο Γάλλος πολιτικός μηχανικός και μαθηματικός Gabriel Lame (1795-1870), απόφοιτος της Πολυτεχνικής Σχολής του Παρισιού (Tattersall, 1999), είχε αποδείξει ότι τα βήματα (διαιρέσεις), που απαιτούνται κατά την εφαρμογή του αλγόριθμου του Ευκλείδη στην

εύρεση του ΜΚΔ δυο αριθμών, ποτέ δεν είναι περισσότερα από το πενταπλάσιο του αριθμού των ψηφίων του μικρότερου από τους δυο αριθμούς, οι οποίοι δίνονται ως είσοδος στον αλγόριθμο (Bogomolny, 2025b; Moore, 1989; Duncan, 1966). Στα Μαθηματικά και στην Πληροφορική, είναι σημαντικό να εντοπίζονται αυτά τα βήματα (ή αλλιώς ο χρόνος ή και οι πράξεις της Αριθμητικής στα στοιχειώδη Μαθηματικά) της χειρότερης περίπτωσης, με την εύρεση ενός άνω φράγματος, για τον χρόνο που απαιτεί η εκτέλεση ενός αλγόριθμου, για οποιαδήποτε είσοδο μεγέθους  $n$ .

Ο αλγόριθμος του Ευκλείδη έχει μελετηθεί και αναλυθεί διεξοδικά και από πολλούς άλλους, όσον αφορά στην αποδοτικότητά του (Krishna & Srivastava, 2013). Ο Lame, στην απόδειξή του, έκανε χρήση των αριθμών Fibonacci. Πολλοί, δε, ισχυρίζονται ότι η απόδειξη του Lame είναι η πρώτη πρακτική εφαρμογή των αριθμών Fibonacci (Long & Webb, 1998). Επιπλέον, είναι μάλλον ισχυρή και η βεβαιότητα ότι ο αλγόριθμος του Ευκλείδη είναι ο πρώτος αλγόριθμος του οποίου έχει επακριβώς προσδιοριστεί η χειρότερη περίπτωση. Γενικά, η εύρεση της χειρότερης περίπτωσης, όσον αφορά στα βήματα (ή τη διάρκεια), κατά την εκτέλεση ενός αλγόριθμου, αποτελεί κρίσιμο ορόσημο, επειδή, με αφετηρία και σημείο αναφοράς αυτή τη χειρίστη περίπτωση, μπορεί να αναζητηθούν (με αποδείξεις) αποδοτικότεροι αλγόριθμοι.

Η απόδειξη αυτή του Lame ήταν καθοριστική, αφού σηματοδότησε την απαρχή της σύγχρονης θεωρίας της πολυπλοκότητας (computational complexity theory), που μέλημά της είναι η επιλογή των «καλύτερων», των αποδοτικότερων αλγόριθμων. Φυσικά, οι προσπάθειες ανεύρεσης αποδοτικών αλγόριθμων ξεκινούν από πολύ παλιά (Manikowitz et al., 2023; Rudich, 2004), από την αρχή της επινόησης των αριθμών και των αριθμητικών πράξεων, όπως, για παράδειγμα, με την εφαρμογή του πολλαπλασιασμού, για την αποφυγή της χρονοβόρου πρόσθεσης ίσων προσθετέων αλλά και της διαίρεσης για την παράκαμψη της διαδικασίας των συνεχών αφαιρέσεων.

Γενικά, ο αλγόριθμος του Ευκλείδη έχει πολλές παραλλαγές, οι οποίες αποτελούν τη βάση για πολλούς αλγόριθμους της Υπολογιστικής Άλγεβρας, μέσω των οποίων βρίσκεται ο ΜΚΔ ακεραίων και πολυωνύμων (Vallee, 2006; Goupil & Palicot, 2004). Ο ευκλείδειος αλγόριθμος είναι από τα πλέον απλά, και για αυτό συναρπαστικά αλγοριθμικά εργαλεία. Τέμνει οριζόντια πολλούς τομείς και ενότητες των Μαθηματικών αλλά και της Πληροφορικής και αποτελεί αληθινό πνευματικό κόσμημα. Κατά τον Doug Hensley (2006), ο αλγόριθμος του Ευκλείδη, για την εύρεση του ΜΚΔ ακεραίων αριθμών, χάρη στην καθαρότητα, την απλότητα και την ταχύτητά του, αποτελεί την επιτομή της κομψότητας στα Υπολογιστικά Μαθηματικά.

## Το Πυθαγόρειο Θεώρημα ως μια βαβυλωνιακή ανακάλυψη

Σε πήλινες βαβυλωνιακές πινακίδες αλλά και στον αιγυπτιακό πάπυρο του Rhind (ή Ahmes) εντοπίζονται οι πρώτες εφαρμογές της μεθόδου της «απλής λαθεμένης παραδοχής» (He, 2024; Mastrogiannis & Beligiannis, 2021; Katona & Szűcs, 2017; Folkerts & Hughes, 2016; Katz, 2009; Chabert, 1999; Høyrup, 1994; Cajori, 1991; Dubbey, 1975). Στον αιγυπτιακό πάπυρο και ειδικότερα στα προβλήματα 24 έως 40, η λαθεμένη παραδοχή είναι η μόνη προτεινόμενη μέθοδος επίλυσης (Bunt, Jones & Bedient, 1988; Eves 1958; Chace, Manning & Archibald, 1927). Στο 24ο πρόβλημα του πάπυρου του Rhind π.χ. αναζητούνταν μια ποσότητα, στην οποία, όταν προστεθεί το ένα έβδομό της, προκύπτει ο αριθμός 19. Το 31ο πρόβλημα ήταν

το εξής: «Μία ποσότητα, τα  $2/3$  της, το  $1/2$  και το  $1/7$  αυτής προστίθενται μαζί, και το αποτέλεσμα είναι 33. Πόση είναι η αρχική ποσότητα;».

Οι αρχαίοι Αιγύπτιοι, όπως καταγράφεται στον πάπυρο του Rhind, έλυσαν το πρόβλημα, ως εξής: Έστω ότι η αρχική ποσότητα είναι 42 (που είναι ένας βολικός για την περίπτωση αριθμός). Τότε,  $42+42\cdot(2/3)+42\cdot(1/2)+42\cdot(1/7) = 42+28+21+6 = 97$ . Οπότε, σύμφωνα με την εκδοχή της απλής λαθεμένης παραδοχής των Αιγυπτίων, για να επιτευχθεί η σωστή λύση (33), πρέπει να πολλαπλασιαστεί το αποτέλεσμα (97) της δοκιμής με το κλάσμα  $33/97$ . Αναλογικά, και η αρχική υπόθεση (42) πρέπει να πολλαπλασιαστεί με το  $33/97$ , ώστε να προκύψει η ζητούμενη τιμή  $1386/97$ .

Μια εξίσωση πρώτου βαθμού  $\alpha \cdot x = \beta$ , ασφαλώς διευκολύνει και απλουστεύει πολύ τη λύση. Η απλή λαθεμένη παραδοχή στηρίζεται στην ισότητα  $\alpha \cdot (\delta \cdot x) = \delta \cdot (\alpha \cdot x) = \delta \cdot \beta$ , (όπου  $\delta \cdot x$  η δοκιμή), δηλαδή η μεταβολή στην είσοδο του αλγόριθμου είναι ανάλογη της μεταβολής της εξόδου του. Διαφορετικά, αν  $\alpha \cdot x = \beta$  και  $x_1$  είναι η τυχαία αρχική τιμή για το  $x$ , τότε  $\alpha \cdot x_1 = \beta_1$  και ισχύει, προφανώς, η αναλογία:  $x/x_1 = \beta/\beta_1$  που επεξηγεί καλύτερα τη μέθοδο της λαθεμένης παραδοχής, ως μια εκδοχή, κιόλας, της μεθόδου των τριών.

Μεθόδους απλής λαθεμένης παραδοχής μετέρχονταν και οι αρχαίοι Βαβυλώνιοι, αν και οποιαδήποτε απόπειρα αποκρυπτογράφησης ενός γενικού αλγόριθμου, τον οποίο χρησιμοποιούσαν, είναι επισφαλής. Ο Bell (2012) θεωρεί (και μάλλον δικαιολογημένα) ότι τα Μαθηματικά των Βαβυλωνίων ήταν πολύ περισσότερο προηγμένα και ανώτερα από αυτά των Αιγυπτίων. Γενικά, Αιγύπτιοι και Βαβυλώνιοι χρησιμοποιούσαν ίδιους σχεδόν αλγόριθμους στα Μαθηματικά τους, αν και τα προβλήματα των Βαβυλωνίων, τα οποία έλυσαν, μέσω λαθεμένης παραδοχής, είναι πιο σύνθετα και περίπλοκα. Επειδή, όμως, οι δυο πολιτισμοί αναπτύχθηκαν την ίδια χρονική περίοδο, καθίσταται δυσχερής κάθε προσπάθεια διαπίστωσης ποιος πολιτισμός (ίσως) επηρεάστηκε και αντέγραψε τον άλλο (Rudman, 2010; Parakonstantinou, 2009). Σε κάθε περίπτωση, μεταξύ αιγυπτιακών και βαβυλωνιακών Μαθηματικών υφίστανται απρόσμενοι δεσμοί και ομοιότητες (Friberg, 2005).

Για παράδειγμα, το παρακάτω πρόβλημα (που μοιάζει πολύ με τα αντίστοιχα των αρχαίων Αιγυπτίων) προέρχεται από τη βαβυλωνιακή πινακίδα YBC 4669: «Έχω καταναλώσει τα  $2/3$  των προμηθειών μου και μου έχουν απομείνει 7. Ποιο ήταν το αρχικό ποσό των προμηθειών μου;». Στο πρόβλημα αυτό καταγράφηκε μια λανθασμένη απάντηση στην πινακίδα, ενώ σε κάποιο άλλο παρεμφερές πρόβλημα, που ζητούνταν το βάρος μιας πέτρας, η καταγραφείσα λύση είναι υπερβολικά αόριστη και συγκεχυμένη, με αποτέλεσμα να είναι σχεδόν αδύνατο να εντοπιστεί ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε (Chabert, 1999).

Πάντως, μερικά προβλήματα των Βαβυλωνίων, που επιλύονταν με τη μέθοδο της λαθεμένης παραδοχής και ήταν σαφώς πιο περίπλοκα από αυτά των Αιγυπτίων, περιείχαν συστήματα δυο γραμμικών εξισώσεων αλλά και μη γραμμικές μεταβλητές (Høyrup, 2013; Hannah, 2007). Ένα σχετικό βαβυλωνιακό πρόβλημα είναι και το εξής (Katz & Hunger Parshall, 2014; Høyrup, 2013; Katz, 2009): «Ένα χωράφι αποδίδει σπόρο  $2/3$  σιλά, ανά σαρ, ενώ ένα δεύτερο αποδίδει  $1/2$  σιλά, ανά σαρ (όπου σιλά ήταν μονάδα χωρητικότητας και σαρ μονάδα εμβαδού). Η απόδοση του πρώτου χωραφιού είναι 500 σιλά περισσότερο από εκείνη του δεύτερου, ενώ το άθροισμα των εμβαδών των δυο χωραφιών είναι 1.800 σαρ. Ποιο είναι το εμβαδό κάθε χωραφιού;». Αν  $x$  και  $y$  είναι τα εμβαδά των δυο χωραφιών, τότε για την εύρεση της απάντησης αρκεί η επίλυση του γραμμικού συστήματος δυο εξισώσεων:  $x+y = 1800$  και  $(2/3)\cdot x = (1/2)\cdot y+500$ , όπου τελικά,  $x = 1.200$  και  $y = 600$ .

Στη βαβυλωνιακή πινακίδα, κατά την προσπάθεια λύσης, ορίστηκε ως αρχική, υποθετική τιμή η  $x = y = 900$ . Ο σχετικός υπολογισμός, σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος, οδηγεί στο αποτέλεσμα  $(2/3) \cdot 900 - (1/2) \cdot 900 = 600 - 450 = 150$ , το οποίο διαφέρει κατά  $500 - 150 = 350$  από το σωστό. Ακολουθώντας, ο Βαβυλώνιος λύτης έπρεπε να αντιληφθεί πώς να αυξομειώσει τα εμβαδά για να αυξηθεί η διαφορά κατά 350. Συνειδητοποίησε, μάλλον, ότι η μεταφορά ενός σαρ από το δεύτερο χωράφι στο πρώτο αυξάνει τη διαφορά στην απόδοση κατά  $(2/3) + (1/2) = 7/6$ . Πράγματι,  $(2/3) \cdot 901 - (1/2) \cdot 899 = 150 + (7/6)$ . Επομένως, η διαίρεση  $350 / (7/6) = 300$ , παρέχει την αναγκαία αύξηση (και ταυτόχρονα μείωση) της αρχικής υποθετικής τιμής (900), η οποία οδηγεί στη λύση  $x = 1.200$  και  $y = 600$ .

Ένα παρόμοιο πρόβλημα περιεχόταν σε μια πινακίδα του 1800 π.Χ., που βρέθηκε στα Σούσα της Μεσοποταμίας. Δοσμένης της διαγωνίου του και μιας σχέσης μεταξύ των διαστάσεών του, ζητούνταν να βρεθεί το μήκος και το πλάτος ενός ορθογωνίου. Συγκεκριμένα, αν το πλάτος του ορθογωνίου είναι ένα τέταρτο λιγότερο από το μήκος του και η διαγώνιος είναι 40, να βρεθεί το μήκος και το πλάτος του ορθογωνίου (Chabert, 1999; Bruins & Rutten, 1961).

Η λύση, όπως καταγράφηκε στην πήλινη βαβυλωνιακή πινακίδα, είναι ακριβώς η εξής: Λαμβάνεται ως μήκος του ορθογωνίου η εξηντάδα  $1_0_{60}$ . Ο δείκτης 60 φανερώνει τη βάση του αριθμητικού συστήματος (το αρχαίο βαβυλωνιακό αριθμητικό σύστημα, ήταν εξηνταδικό). Αφαιρείται 15 (το ένα τέταρτο) από το μήκος ( $1_0_{60} = 60_{10}$ , όπου 10 η βάση του τρέχοντος ινδοαραβικού συστήματος αρίθμησης) του ορθογωνίου και βρίσκεται 45. Λαμβάνεται  $1_0_{60}$  ως μήκος και  $45_{60}$  ως πλάτος του ορθογωνίου. Υψώνεται στο τετράγωνο το μήκος και βρίσκεται  $1_0_0_{60}$  ( $= 3.600_{10}$ ). Υψώνεται στο τετράγωνο το πλάτος (45) και βρίσκεται  $33_45_{60} = 2.025_{10}$ , δηλαδή 33 εξηντάδες και 45 μονάδες. Αθροίζεται το  $1_0_0$  και το  $33_45$  και βρίσκεται  $1_33_45$  [σημείωση: δηλαδή  $1 \cdot 3.600$ -άδα, 33 εξηντάδες και 45 μονάδες που ισούνται με  $5.625_{10}$ ]. Υπολογίζεται η τετραγωνική ρίζα του  $1_33_45$  (σημείωση: που αντιστοιχεί στην τιμή της διαγωνίου) και βρίσκεται  $1_15_{60} = 75_{10}$ . Αναμένοντας 40 για τη διαγώνιο, όπως υποδείχθηκε, υπολογίζεται το αντίστροφο του  $1_15$  και βρίσκεται 48 [σημείωση: στην πραγματικότητα το αντίστροφο του  $1_15_{60}$  ισούται με  $0,0_48_{60} = 48/602 = (1/75)_{10}$ ]. Πολλαπλασιάζεται το 48 με το 40 για τη διαγώνιο και βρίσκεται 32 [σημείωση:  $(48/602) \cdot 40 = 48/90 = 32/60$ ]. Πολλαπλασιάζεται το 32 με το 1 και βρίσκεται για το μήκος 32 [καθώς  $(32/60) \cdot 60 = 32$ ]. Πολλαπλασιάζεται το 32 με το 45 και βρίσκεται για το πλάτος 24 [ $(32/60) \cdot 45 = 24$ ].

Ομολογουμένως, ο αλγόριθμος αυτός της λαθεμένης παραδοχής των Βαβυλωνίων, με μια πρώτη ματιά, φαντάζει δύσκολος, περίπλοκος, μη γενικός αλλά και μη έγκυρος. Ωστόσο, η μαθηματική αξιοπιστία της λύσης και η μαθηματική δεξιοτεχνία των Βαβυλωνίων είναι πρόδηλη και αδιαμφισβήτητη, αφού αν  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\delta$  είναι το μήκος, το πλάτος και η διαγώνιος, αντίστοιχα, ενός ορθογωνίου, τότε, σύμφωνα με το παραπάνω πρόβλημα των Βαβυλωνίων (στη γενική του μορφή), ισχύει:

$$\alpha = \lambda \cdot \beta \quad (\lambda > 1) \quad \text{και} \quad \delta = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

με  $\delta = \sqrt{(\lambda \cdot \beta)^2 + \beta^2} = \sqrt{(\beta)^2(\lambda^2 + 1)} = \beta\sqrt{\lambda^2 + 1}$ . Αν  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  και  $\delta_0$  είναι οι αρχικές υποθετικές τιμές, τότε  $\delta_0 = \beta_0\sqrt{\lambda^2 + 1}$  και  $\alpha_0 = \lambda \cdot \beta_0$ . Επομένως,  $\delta/\delta_0 = \beta/\beta_0 = \alpha/\alpha_0$ , από όπου, τελικά, βρίσκεται ότι  $\alpha = \alpha_0 \cdot (\delta/\delta_0)$  και  $\beta = \beta_0 \cdot (\delta/\delta_0)$ , όπως πρότειναν, δηλαδή, και οι αρχαίοι Βαβυλώνιοι σε αυτή την ευφυή μορφή απλής λαθεμένης παραδοχής.

Τα δυο παραπάνω προβλήματα των Βαβυλωνίων (μαζί με ένα τρίτο που περιλαμβάνει τον τρόπο προσέγγισης της  $\sqrt{2}$ ) δείχνουν ότι ο αρχαίος αυτός πολιτισμός μάλλον γνώριζε την

ύπαρξη του Πυθαγόρειου Θεωρήματος. Το τρίτο αυτό πρόβλημα βρέθηκε στην πινακίδα YBC 7289. Στην πινακίδα αυτή (Abubakari et al., 2024; Cooke, 2013; Katz, 2009; Bunt, Jones & Bedient, 1988), υπάρχει ο αριθμός  $(1\_24\_51\_10)_{60}$ , ως τιμή για την τετραγωνική ρίζα του 2 (τη  $\sqrt{2}$ ), που, ενδεχομένως, οι Βαβυλώνιοι την προσέγγιζαν επαναληπτικά. Ο αριθμός αυτός στο οικείο, τρέχον δεκαδικό αριθμητικό σύστημα είναι ο:  $1+24/60 + 51/60^2 + 10/60^3 = 1,41421296296\dots$ , με σφάλμα προσέγγισης περίπου ίσο με  $0,000006 = 6 \times 10^{-7}$ .

Κατά τον Ισραηλινό P. S. Rudman (2010) και το καλούμενο από τον ίδιο «βαβυλωνιακό θεώρημα», οι Βαβυλώνιοι ήξεραν ότι για κάθε ορθογώνιο τρίγωνο με πλευρές  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$  ( $\gamma$  η υποτείνουσα) ήταν δυνατή η δημιουργία ενός άλλου ορθογωνίου τριγώνου με πλευρές  $\alpha-\beta$  και  $\alpha+\beta$  (η υποτείνουσα). Στη βαβυλωνιακή πινακίδα Plimpton 322 (1800 π.Χ. περίπου), η οποία αποτέλεσε αντικείμενο πολλών μελετών με αντιφατικές και αντικρουόμενες, ωστόσο, ερμηνείες (λόγω και της διαβρωμένης επιφάνειάς της), ανακαλύφθηκαν στήλες με πυθαγόρειες τριάδες (Zeytin, 2025; Mansfield, 2021; Kleb, 2021; Mansfield & Wildberger, 2017; Abdulaziz, 2010; Robson, 2007; 2002). Ο Αυστριακός μαθηματικός Otto Neugebauer (1899-1990) παρατήρησε ότι δύο από τις διαδοχικές στήλες περιείχαν αριθμούς  $\gamma$  και  $\beta$  κάποιων πυθαγόρειων τριάδων (με  $\alpha^2+\beta^2 = \gamma^2$ ), ενώ η προηγούμενη στήλη (με πολλά σημεία φθοράς, που καθιστά δύσκολη την πλήρη αποκρυπτογράφηση και ερμηνεία της) είχε τους αριθμούς  $\gamma^2/\alpha^2$ .

Στην πρώτη γραμμή, για παράδειγμα, φαίνονται ως καταγεγραμμένοι οι αριθμοί  $15$ ,  $2\_49$  και  $1\_59$ . Κατά τον Neugebauer, στην πρώτη στήλη ο εικονιζόμενος σωστός-πλήρης αριθμός στην πινακίδα, πριν από τη διάβρωση του χρόνου, ήταν ο  $1\_59\_0\_15$  ( $= 1+59\cdot 60^{-1}+15\cdot 60^{-3}$ ). Η μετατροπή αυτών των αριθμών στο οικείο δεκαδικό σύστημα επιστρέφει, αντίστοιχα, τον δεκαδικό αριθμό  $1,9834\dots$  και τους ακέραιους  $169$  και  $119$ . Πράγματι, ισχύει  $\alpha^2 = 169^2-119^2 = 14.400 = 120^2$ , από όπου, τελικά, βρίσκεται, επιβεβαιώνοντας την ερμηνεία του Neugebauer ότι  $169^2/120^2 \approx 1,9834$ . Κατά τον Neugebauer (1969), η πινακίδα Plimpton 322, καθώς και άλλα βαβυλωνιακά μαθηματικά ευρήματα συνιστούν επαρκείς αποδείξεις ότι το Πυθαγόρειο Θεώρημα ήταν γνωστό περισσότερο από χίλια χρόνια πριν από τον Πυθαγόρα. Πάντως, ο Πυθαγόρας, που έζησε τον 6ο αιώνα π.Χ., στα 570-500 π.Χ. περίπου, όπως και ο Θαλής ο Μιλήσιος, μυήθηκε στον αιγυπτιακό και βαβυλωνιακό πολιτισμό, αφού, συνεχώς επισκεπτόταν τη Μικρά Ασία αλλά και την Αίγυπτο και τη Βαβυλωνία (Agarwal, 2024; Chatterjee, 2021). Ακόμη, είναι πιθανό να περιόδευσε μέχρι την Ινδία και τη Βρετανία (Singh, 1998). Η Vivian Groza (1968) πίστευε ότι οι Έλληνες έγιναν γνώστες της πυθαγόρειας σχέσης στα ορθογώνια τρίγωνα, μέσω των Βαβυλωνίων, αν και οι δεύτεροι δεν είχαν επιτύχει να αποδείξουν το Πυθαγόρειο Θεώρημα (προφανώς, δε θα το είχαν επιδιώξει καν).

Πράγματι, οι αρχαίοι κάτοικοι της Μεσοποταμίας ουδέποτε εξηγούσαν τους αλγόριθμους που χρησιμοποιούσαν, ούτε κατέγραφαν πώς τους επινοούσαν και κατέληγαν να τους εφαρμόζουν. Απλώς, παρέθεταν τις πράξεις και το τελικό αποτέλεσμα, δίχως καμιά άλλη διασαφήνιση και αιτιολόγηση. Τα αρχαϊκά, Προελληνικά Μαθηματικά της Αιγύπτου, της Βαβυλώνας αλλά και όλης της Ανατολής γενικότερα ήταν, σαφώς, αλγοριθμικά (Dowek, 2012; Davis, Hersh & Marchisotto, 2012; Katz, 2009; Φερεντίνος, 2005). Για χιλιάδες χρόνια πριν από τον Ευκλείδη (Zeilberger, 2007), τα Μαθηματικά ήταν εμπειρικά, πειραματικά και «επαγωγικοκεντρικά». Ο Richard Phillips Feynman, ο μεγάλος Αμερικανός θεωρητικός φυσικός (1918-1988), που τιμήθηκε, το 1965, με το βραβείο Nobel, αποκαλούσε τα Μαθηματικά εκείνης της μακρινής εποχής «Μαθηματικά βαβυλωνιακής μορφής». Ο Feynman, μάλιστα, συμπαθούσε εκείνα τα αρχαία Μαθηματικά, επειδή ήταν όχι μόνο εμπειρικά αλλά και αλγοριθμικά (Zeilberger, 2007).

## Συζήτηση, Συμπεράσματα

Είναι αλήθεια ότι αρκετοί διατείνονται ότι τα ελληνικά Μαθηματικά δεν είναι πηγαία και πρωτότυπα, παρά μόνο ένα (δόλιο;) ξεπατίκωμα αντίστοιχων βαβυλωνιακών Μαθηματικών. Για παράδειγμα, πλαγιαρισμός χρεώνεται από κάποιους ιστορικούς (π.χ. Berggren, 2016; 2002; Kornerup & Muller, 2006; 2003; Fowler & Robson, 1998) στον Ήρωνα και τη γνωστή μέθοδό του, για την εύρεση της τετραγωνικής ρίζας ενός θετικού αριθμού, με υπόνοιες ότι αντέγραψε έναν άγνωστο αλγόριθμο, που χρησιμοποίησαν οι Βαβυλώνιοι, 2.000 χρόνια πριν από τον Έλληνα μαθηματικό. Η ελληνικότητα του Ήρωνα αμφισβητείται, επίσης, από κάποιους συγγραφείς. Ισχυρίζονται ότι είναι Αιγύπτιος [π.χ. Berggren, 2016; Gow, 2010) ή ίσως «εξελληνισμένος» Αιγύπτιος ή Άραβας ελληνιστικής καταγωγής (Rashed, 2015; Katz, 2009). Η ίδια αμφισβήτηση ως προς την αυθεντικότητα του έργου του και ως προς την ελληνικότητά του υφίσταται και για τον Διόφαντο (Schappacher, 2005; Joshi, 1994). Ακόμη και για τον Ευκλείδη, και στο πλαίσιο ταπείνωσης και αποκαθής των ελληνικών Μαθηματικών, μερικοί ισχυρίζονται, όπως αναφέρει ο Σταμάτης (1979), ότι ο μεγάλος Έλληνας Γεωμέτρης δεν ήταν τίποτε άλλο παρά ένας Αιγύπτιος Bourbaki, δηλαδή ένα ανύπαρκτο πρόσωπο!

Σε κάθε περίπτωση, όμως, η αφετηρία του υπαρξιακού και διανοητικού χαρακτήρα των Μαθηματικών μπορεί να εντοπιστεί, πέραν πάσης αμφισβήτησης, στα αρχαία ελληνικά Μαθηματικά, γεγονός που σφραγίζει και κεφαλαιοποιεί τη μεγαλοσύνη, τη λαμπρότητα και το θάμβος των ελληνικών Μαθηματικών. Οι Έλληνες ήταν οι πρώτοι που προσέδωσαν αυστηρότητα στα Μαθηματικά, μέσω της εισαγωγής αποδεικτικών μηχανισμών μετατρέποντάς τα σε «συμπερασματοκεντρικά». Κατά την αρχαϊκή αυτή περίοδο, αναπτύσσεται η θεωρητική μορφή των Μαθηματικών, διατυπώνονται αξιώματα και αρκετά θεωρήματα, οι αποδείξεις των οποίων έπονταν μιας αλληλουχίας λογικών συλλογισμών (Netz, 2022; Εξαρχάκος, 1988; Abbott, 1977). Είναι σίγουρο (Tcharkhtchi, Vanaei & Khelladi, 2025; Herrmann, 2023; Chatterjee, 2021) ότι ο αρχαίος Έλληνας φιλόσοφος, Θαλής ο Μιλήσιος, περίπου το 600 π.Χ., που αποτελεί και ορόσημο στην ιστορία της μαθηματικής επιστήμης, ήταν ο πρώτος που βάσισε μαθηματικές αλήθειες σε αποδείξεις, ενώ τον μιμήθηκε, αργότερα, και ο Πυθαγόρας.

Φυσικά, επειδή δεν υπάρχει παρθενόγνεση στην επιστήμη και καθώς τα Μαθηματικά έχουν, κυρίως, αλυσιδωτή δομή, ένας διαξιφισμός, περί της αυτονομίας και πρωτοτυπίας των ελληνικών Μαθηματικών είναι, μάλλον, περιττός, μπορεί και επιζήμιος. Τα κατευναστικά λόγια του μεγάλου Νεύτωνα, πριν 350 χρόνια, αποτελούν, για την προκειμένη περίπτωση, τον καλύτερο οδηγό, διαπραγματευτή και σύμβουλο: «Εάν μπόρεσα να δω πιο μακριά, είναι επειδή στηριζόμουν πάνω σε ώμους γιγάντων» (Chen, 2013). Ακόμη και τα λόγια του William Paul Thurston (1946-2012), του μεγάλου Αμερικανού μαθηματικού, που το 1982 τιμήθηκε με το βραβείο Fields (αντίστοιχο του βραβείου Nobel), βρίσκονται στο ίδιο μήκος κύματος και είναι αποστομωτικά, συμβιβαστικά και αισιόδοξα (Morris, 2021): «Η αληθινή ικανοποίηση από τα Μαθηματικά είναι, επειδή μαθαίνεις από άλλους και επειδή μοιράζεσαι με άλλους».

## Αναφορές

Abbott, P. (1977). *Teach yourself Geometry*. Hodder and Stoughton.

Abdulaziz, A. A. (2010). *The Plimpton 322 tablet and the Babylonian method of generating Pythagorean triples*. arXiv preprint arXiv:1004.0025.

- Abubakari, K., Al-Mahdawy, Z., Alsulami, H., Garetto, C., Lucero-Azuara, N., Marajh, J., & Sansom, R. (2024). *Historical Contributions of Different Cultures to Mathematics*. Queen Mary. University of London.
- Agarwal, R. P. (2024). *Mathematics Before and After Pythagoras*. Springer.
- Bell, E. T. (2012). *The Development of Mathematics*. Courier Corporation.
- Berggren, J. L. (2002). Some Ancient and Medieval Approximations to Irrational Numbers and Their Transmission. In Y. Dold-Samplonius, J. W. Dauben, M. Folkerts & B. Van Dalen (Eds.), *From China to Paris: 2000 years transmission of mathematical ideas* (pp. 31-44). Stuttgart: Franz Steiner Verlag.
- Berggren, J. L. (2016). *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam. Second Edition*. Springer.
- Bogomolny, A. (2025a). *Binary Euclid's Algorithm*. Interactive Mathematics Miscellany and Puzzles. Retrieved November 12 2025, from <https://www.cut-the-knot.org/blue/binary.shtml>.
- Bogomolny, A. (2025b). *Lame's Theorem - First Application of Fibonacci Numbers*. Interactive Mathematics Miscellany and Puzzles. Retrieved November 14, 2025, from <http://www.cut-the-knot.org/blue/LamesTheorem.shtml>.
- Bruins, E. M. & Rutten, M. (1961). *Textes mathématiques de Suse*. Paris: Paul Geuthner.
- Bunt, L. N. H., Jones, P. S. & Bedient, J. D. (1988). *The historical roots of elementary Mathematics*. New York: Dover Publications.
- Cajori, F. (1991). *A History of Mathematics*. American Mathematical Society.
- Chabert, J.-L. (Ed.) (1999). *A History of Algorithms: From the Pebble to the Microchip*. Berlin: Springer.
- Chace, A. B, Manning, H. P., & Archibald, R. C. (1927). *The Rhind mathematical papyrus, British Museum 10057 and 10058. Photographic facsimile, hieroglyphic transcription, transliteration, literal translation, free translation, mathematical commentary, and bibliography. Volume I*. Oberlin, Ohio: Mathematical Association of America.
- Chatterjee, R. (2021). Fundamental Concepts of History of Mathematics. Research Review. *International Journal of Multidisciplinary*, 6(7), pp. 43-59.
- Chen, C. (2013). *Mapping Scientific Frontiers: The Quest for Knowledge Visualization. Second Edition*. Springer.
- Cooke, L. R. (2013). *The history of mathematics. A brief course. Third Edition*. Hoboken. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Davis, L. P., Hersh, R., & Marchisotto, E.-A. (2012). *The Mathematical Experience. Study Edition*. Springer, Birkhäuser.
- Dowek, G. (2012). *Οι μεταμορφώσεις του λογισμού. Μια συναρπαστική μαθηματική ιστορία*. Αθήνα: Εκκρεμές.
- Dubbey, J. M. (1975). Mathematics of ancient Egypt. *Mathematics in School*, 4(5), pp. 26-28.
- Duncan, R. L. (1966). Note on the Euclidean Algorithm. *The Fibonacci Quarterly*, 4(4), pp. 367-368.
- Eves, H. (1958). On the practicality of the rule of false position. *The Mathematics Teacher*, 51(8), pp. 606-608.
- Eves, H. (1989). *Μεγάλες στιγμές των Μαθηματικών – ως το 1650*. Αθήνα: Τροχαλία.
- Folkerts, M., & Hughes, B. (2016). The Latin Mathematics of Medieval Europe. In V. J. Katz, M. Folkerts, B. Hughes & J. L. Berggren (Eds.), *Sourcebook in the Mathematics of Medieval Europe and North Africa* (pp. 4-223). Princeton University Press.
- Fowler, D., & Robson, E. (1998). Square Root Approximations in Old Babylonian Mathematics: YBC 7289 in Context. *Historia Mathematica*, 25, pp. 366–378, Article No. HM982209.
- Friberg, J. (2005). *Unexpected links between Egyptian and Babylonian Mathematics*. World Scientific Publishing.
- Friberg, J. (2007). *Amazing Traces of a Babylonian Origin in Greek Mathematics*. World Scientific Publishing.
- Goupil, A., & Palicot, J. (2004). Variation on variation on Euclid's algorithm. *IEEE Signal Processing Letters*, 11(5), pp. 457-458.
- Gow, J. (2010). *A Short History of Greek Mathematics*. Cambridge University Press.

- Groza, V. S. (1968). *Survey of Mathematics: Elementary Concepts and their Historical Development*. Holt, Rinehart and Winston.
- Hannah, J. (2007). False position in Leonardo of Pisa's Liber Abbaci. *Historia Mathematica*, 34, pp. 306-322.
- He, J. H. (2024). An old Babylonian algorithm and its modern applications. *Symmetry*, 16(11), 1467.
- Hensley, D. (2006). *Continued Fractions*. World Scientific Publishing Company.
- Herrmann, D. (2023). *Ancient Mathematics. History of Mathematics in Ancient Greece and Hellenism*. Berlin: Springer Nature.
- Høyrup, J. (1994). Babylonian mathematics. In I. Grattan-Guinness (Ed.), *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences. Volume 1 & 2*. London & New York: Routledge.
- Høyrup, J. (2013). *Lengths, Widths, Surfaces. A Portrait of Old Babylonian Algebra and Its Kin*. Springer.
- Joshi, K. (1994). Notes on Diophantus. *Current Science*, 67(12), pp. 957-966.
- Katona, D., & Szűcs, G. (2017). Pósa-Method & Cubic-Geometry—A Sample of a Problem Thread for Discovery Learning of Mathematics. *Differences in Pedagogical Theory and Practice*, pp. 17- 34.
- Katz, V. J. & Hunger Parshall, K. (2014). *Taming the unknown. A History of Algebra from Antiquity to the Early Twentieth Century*. Princeton University Press.
- Katz, V. J. (2009). *History of Mathematics. An Introduction. Third Edition*. Addison-Wesley.
- Kleb, J. (2021). *Evidence of a trigonometric function value system in Babylon*. arXiv preprint arXiv:2112.13379.
- Knuth, D. E. (1997). *The Art of Computer Programming. Vol. 2. Seminumerical Algorithms (3rd Edition)*. Addison Wesley Longman.
- Kornerup, P., & Muller, J.-M. (2003). Choosing Starting Values for Newton-Raphson Computation of Reciprocals, Square-Roots and Square-Root Reciprocals. RR-4687, IN-RIA. 2003.
- Kornerup, P., & Muller, J.-M. (2006). Choosing starting values for certain Newton-Raphson iterations. *Theoretical Computer Science*, 351, pp. 101-110.
- Krishna, C. R., & Srivastava, P. (2013). A fast approach to determine co-primality of two positive integer numbers. In *Proceedings of 2nd International Conference on In-formation Management in the Knowledge Economy (IMKE)*, 19-20 December 2013, Chitkara University.
- Lam, L. Y. (1994). Jiu zhang suanshu (Nine chapters on the mathematical art): An overview. *Archive for History of Exact Sciences*, 47, pp. 1–51.
- Long, C. T., & Webb, W. A. (1998). Analysis of the euclidean and related algorithms. In G. E. Bergum, A. N. Philippou & A. F. Horadam (Eds.), *Applications of Fibonacci Numbers. Volume 7. Proceedings of The Seventh International Research Conference on Fibonacci Numbers and Their Applications* (pp. 271-278). Technische Universitat, Graz, Austria, July 15-19, 1996.
- Mankowitz, D. J., Michi, A., Zhernov, A., Gelmi, M., Selvi, M., Paduraru, C., & Silver, D. (2023). Faster sorting algorithms discovered using deep reinforcement learning. *Nature*, 618(7964), pp. 257-263.
- Mansfield, D. F. (2021). Plimpton 322: A study of rectangles. *Foundations of Science*, 26(4), pp. 977-1005.
- Mansfield, D. F., & Wildberger, N. J. (2017). Plimpton 322 is Babylonian exact sexagesimal trigonometry. *Historia Mathematica*, 44(4), pp. 395-419.
- Mastrogiannis, A., & Beligiannis, G. (2021). History of Mathematics as an Important Learning Tool: The Case of False Position Method. *International Journal of Excellent Leadership (IJEL)*, 1(2), pp. 34-51.
- Moore, T. E. (1989). Euclid's Algorithm and Lamé's Theorem on a Microcomputer. *Fibonacci Quarterly*, 27(4), pp. 290-295.
- Morris, R. L. (2021). Intellectual generosity and the reward structure of mathematics. *Synthese*, 199(1), pp. 345-367.
- Netz, R. (2022). *A new history of Greek mathematics*. Cambridge University Press.
- Neugebauer, O. (1969). *The exact sciences in antiquity. Second Edition*. New York: Dover Publications.

- Papakonstantinou, J. M. (2009). *Historical Development of the BFGS Secant Method and Its Characterization Properties*. Ph.D Thesis. Rice University, Houston, Texas.
- Rashed, R. (2015). *Classical Mathematics from Al-Khwarizmi to Descartes*. Routledge.
- Robson, E. (2002). Words and Pictures: New Light on Plimpton 322. *American Mathematical Monthly*, 109, pp. 105-120.
- Robson, E. (2007). Mesopotamian Mathematics. In V. J. Katz (Ed.), *The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam: A Sourcebook* (pp. 58-186). Princeton University Press.
- Rudich, S. (2004). Complexity Theory: From Gödel to Feynman. Lecture 1. History and basic concepts. In S. Rudich & A. Wigderson (Eds.), *Computational Complexity Theory* (pp. 8-18). IAS/Park City Mathematics Series. American Mathematical Society, IAS/Park City Mathematics Institute.
- Rudman, P. S. (2010). *The Babylonian Theorem*. Prometheus Books.
- Russell, S., & Norvig, P. (2011). *Τεχνητή Νοημοσύνη. Μια σύγχρονη προσέγγιση*. Αθήνα: Εκδόσεις Κλειδάριθμος.
- Saito, K. (2004). Introduction. In J. Christianidis (Ed.), *Classics in the History of Greek Mathematics (187–190)*. Kluwer Academic Publishers.
- Schappacher, N. (2005). *Diophantus of Alexandria: a text and its history*. Retrieved November 10, 2025, from [https://irma.math.unistra.fr/~schappa/NSch/Publications\\_files/1998cBis\\_Dioph.pdf](https://irma.math.unistra.fr/~schappa/NSch/Publications_files/1998cBis_Dioph.pdf).
- Shallit, J. (1994). Origins of the analysis of the Euclidean algorithm. *Historia Mathematica*, 21(4), pp. 401-419.
- Shen, K., Crossley, J. N., & Lun, A. W.-C. (1999). *The Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary*. Oxford University Press.
- Shiu, P. (2024). *Number Theory with Computations*. Springer.
- Singh, S. (1998). *Το τελευταίο θεώρημα του Φερμά*. Αθήνα: Π. Τραυλός.
- Stein, J. (1967). Computational Problems Associated with Raca Algebra. *Journal of computational physics*, 1, pp. 397-405.
- Tani, K., & Kunihiro, N. (2025). Full Key Recovery on RSA from Noisy Binary GCD Operation Sequences. In *Mathematical Foundations for Post-Quantum Cryptography: Crypto-Math CREST* (pp. 163-181). Singapore: Springer Nature Singapore.
- Tattersall, J. J. (1999). *Elementary number theory in nine chapters*. Cambridge University Press.
- Tcharkhtchi, A., Vanaei, H. R., & Khelladi, S. (2025). *History of Artificial Intelligence: From the Mathematics of Ancient Civilizations to Thinking Machines*. CRC Press.
- Vallee, B. (2006). Euclidean Dynamics. *Discrete and Continuous Dynamical Systems*, 15(1), pp. 281-352.
- Waschkies, H.-J. (2004). Introduction. In J. Christianidis (Ed.), *Classics in the History of Greek Mathematics* (pp. 3-18). Kluwer Academic Publishers.
- Zeilberger, D. (2007). An Enquiry Concerning Human (and Computer!) [Mathematical] Understanding. In C. S. Calude (Ed.), *Randomness and Complexity: From Leibniz to Chaitin* (pp. 383-412). World Scientific.
- Zeytin, A. (2025). Binary quadratic forms: modern developments. In *Essays on Geometry: Celebrating the 65th Birthday of Athanase Papadopoulos* (pp. 179-196). Cham: Springer Nature Switzerland.
- Zhang, S. (2009). *The concept of primes and the algorithm for counting the greatest common divisor in Ancient China*. arXiv preprint arXiv:0910.0095.
- Εξαρχάκος, Θ. (1988). *Διδακτική των Μαθηματικών*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
- Σταμάτης, Ε. (1979). *Ελληνικά Μαθηματικά*. Αθήνα: Εταιρία των φίλων του λαού.
- Φερεντίνος, Σ. (2005). *Μαθηματικά Αγάπη ή φόβος*. Χαλκίδα: Εκδόσεις Κωστόγιαννος.
- Φωτάκης, Δ., & Σπυράκης, Π. (2001). *Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα. Τόμος Α'.* Πάτρα: Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο.