

## Η εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών στη διδασκαλία των κινήσεων: διδακτικές προσεγγίσεις με αξιοποίηση του MBL

Κωνσταντίνος Γεωργόπουλος<sup>1</sup>, Ιωάννα Μπέλλου<sup>2</sup>

[kgeorgop@gmail.com](mailto:kgeorgop@gmail.com), [ibellou@sch.gr](mailto:ibellou@sch.gr)

<sup>1</sup> Σχολικός Σύμβουλος ΠΕ04 Ιωαννίνων

<sup>2</sup> Σχολική Σύμβουλος Πληροφορικής Ιωαννίνων - Άρτας

**Περίληψη.** Κατά τη μελέτη φυσικών φαινομένων μαθητές και φοιτητές δυσκολεύονται να μεταφέρουν και να εφαρμόσουν τη γνώση που έχουν αποκτήσει από τα Μαθηματικά στο πλαίσιο της Φυσικής. Ειδικότερα στην μελέτη κινηματικών φαινομένων, για τον σχεδιασμό και την ερμηνεία των γραφικών παραστάσεων, καθώς και τον υπολογισμό κλίσεων και εμβαδών απαιτείται η συσχέτιση με τα αντίστοιχα φυσικά μεγέθη, που εμπλέκονται στα υπό μελέτη φαινόμενα. Στην παρούσα εργασία λαμβάνοντας υπόψη τις δυσκολίες αυτές μελετάται η κατανόηση των αναπαραστάσεων φυσικών μεγεθών και η εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών κλίσης και εμβαδού κατά τη διδασκαλία κινηματικών φαινομένων. Η εμπειρική μελέτη ταξινομεί δείγμα φοιτητών/τριών σε δύο επίπεδα με κριτήριο τη γνώση τους στα Μαθηματικά. Οι φοιτητές υλοποιούν μαθησιακές δραστηριότητες με το σύστημα MBL που καταγράφει τις δυναμικές αναπαραστάσεις των εμπλεκόμενων φυσικών μεγεθών. Η ανάλυση των εμπειρικών δεδομένων με την ταξινομία SOLO έδειξε ότι η διδακτική προσέγγιση που συσχετίζει την εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών με τις αντίστοιχες έννοιες της φυσικής με την αξιοποίηση του MBL συνεισφέρει, τόσο στην κατανόηση του πλαισίου των αναπαραστάσεων, όσο και στην εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών.

**Λέξεις κλειδιά:** κινηματική, MBL, αναπαραστάσεις, ταξινομία SOLO

### Εισαγωγή

Οι εκπαιδευτικοί συχνά θεωρούν ότι η καλή επίδοση των μαθητών και φοιτητών στα μαθήματα των μαθηματικών θα έχει ως αποτέλεσμα τη δυνατότητα εφαρμογής τους κατά τη μελέτη φυσικών φαινομένων και τη συσχέτιση των φυσικών μεγεθών με τις αντίστοιχες έννοιες των μαθηματικών. Όμως σύμφωνα με τη βιβλιογραφία, μαθητές και φοιτητές δυσκολεύονται να μεταφέρουν και να εφαρμόσουν τη γνώση που έχουν αποκτήσει από τα Μαθηματικά στην επίλυση προβλημάτων Φυσικής, γιατί η εφαρμογή της δεν συνδέεται μόνο με τη διατύπωση απλών αφαιρετικών σχέσεων αλλά και με τον διαφορετικό συμβολισμό και τη συσχέτισή της με τα αντίστοιχα φυσικά μεγέθη (Heck & Ellermeijer, 2010; Redish, 2005; Tuminaro & Redish, 2004; Γεωργόπουλος & Κολέζα 2008).

Ειδικότερα μαθητές και φοιτητές δυσκολεύονται να εφαρμόσουν τις μαθηματικές γνώσεις τους στην κατασκευή των γραφικών παραστάσεων, και στις μαθηματικές έννοιες της κλίσης και του εμβαδού κατά τη μελέτη κινήσεων (Hale, 2007; Araujo et al., 2004; Widjaja & Heck, 2003; Hadjidemetriou & Williams, 2000; Γεωργόπουλος κ.ά., 2013).

Οι παραπάνω δυσκολίες δυσχεραίνουν τη μελέτη των κινηματικών φαινομένων και έχει διαπιστωθεί ότι χρειάζεται εργαστηριακή εμπειρία για τη δημιουργία συνδέσεων μεταξύ

των πραγματικών κινήσεων και των αντίστοιχων αναπαραστάσεων (Svec, 1999; McDermott et al., 1987; Γεωργόπουλος κ.ά., 2010)

Η εμπειρία αυτή αποκτάται με διατάξεις που καταγράφουν πειραματικά δεδομένα (Microcomputer Based Laboratories, MBL) και εμφανίζουν τις αναπαραστάσεις (γραφικές παραστάσεις και αλγεβρικές εξισώσεις) των αντίστοιχων φυσικών μεγεθών σε πραγματικό χρόνο. Οι διατάξεις MBL αποτελούνται:

- από αισθητήρες (sensors), συσκευές που ανιχνεύουν τις μεταβολές φυσικών μεγεθών και τις μετατρέπουν σε ηλεκτρικά σήματα
- καταγραφείς δεδομένων (data loggers) που συγκεντρώνουν τις μετρήσεις από τους αισθητήρες, τις ψηφιοποιούν και τις μεταφέρουν στον υπολογιστή για επεξεργασία
- το λογισμικό διαχείρισης που αναλύει τα πειραματικά δεδομένα και δημιουργεί γραφικές παραστάσεις σε πραγματικό χρόνο.

Τα συστήματα MBL βοηθούν στην ανάπτυξη μαθησιακών περιβαλλόντων ανακαλυπτικής προσέγγισης στα οποία οι χρήστες σχεδιάζουν και πραγματοποιούν έρευνες, συλλέγουν δεδομένα και πειραματίζονται μεταξύ εναλλακτικών υποθέσεων και ερμηνειών (Unesco, 2003). Οι γραφικές παραστάσεις που σχηματίζονται ταυτόχρονα με την εξέλιξη του πειράματος δημιουργούν αποτελεσματικές προσεγγίσεις για την άμεση σύνδεση φαινομένου - αναπαράστασης - μαθηματικού συμβολισμού (Cicero & Spagnolo, 2009; Svec 1999; Καράνης κ.α., 2000).

Ειδικότερα στη μελέτη των κινήσεων η εφαρμογή των συστημάτων MBL βοηθά μαθητές και φοιτητές να ελέγχουν ενεργά τις γραφικές παραστάσεις που σχηματίζονται, συνδέοντας τις παραμέτρους του πειράματος με τις αναπαραστάσεις των φυσικών μεγεθών (συσχετίζοντας τις αντίστοιχες μεταβολές), δημιουργώντας τις προϋποθέσεις για τη βελτίωση της μεταξύ τους αμφίδρομης μετάβασης (Widjaja & Heck, 2003; Ellis & Turner, 2002; Girps, 2002; Trumper & Gelbman, 2002).

Στην παρούσα εργασία αξιοποιώντας τα συστήματα MBL για τη δημιουργία των αναπαραστάσεων φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν κινήσεις, μελετάται η εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών κλίσης και εμβαδού γραμμικών συναρτήσεων για τη συσχέτιση μεταξύ κινήσεων και των αναπαραστάσεων τους, με στόχο τη μελέτη της κατανόησης τόσο του πλαισίου των αναπαραστάσεων, όσο και της εφαρμογής των μαθηματικών εννοιών.

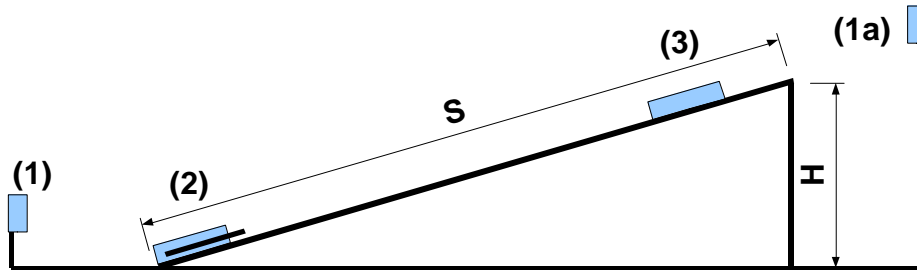
## Μέθοδος

Η εργασία μελετά την επίδραση τόσο του διαφορετικού μαθηματικού επιπέδου, όσο και των διαφορετικών δραστηριοτήτων στην κατανόηση των αναπαραστάσεων φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν κινηματικά φαινόμενα και στη δεξιότητα εφαρμογής των μαθηματικών εννοιών κλίσης και εμβαδού στο πλαίσιο αυτό.

Το δείγμα αποτελούνταν από 92 πρωτοετείς φοιτητές και φοιτήτριες του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων. Χωρίστηκαν σε δύο κατηγορίες με βάση την κατεύθυνση που είχαν επιλέξει στο Γενικό Λύκειο. Η πρώτη αποτελούνταν από 56 φοιτητές προερχόμενους από τη θεωρητική κατεύθυνση με ικανοποιητικό βαθμό επίδοσης στα Μαθηματικά γενικής παιδείας της Γ' Λυκείου, ενώ η δεύτερη από 36 φοιτητές προερχόμενους από τη θετική και τεχνολογική κατεύθυνση. Κάθε

κατηγορία χωρίστηκε σε δύο ισάριθμες και ισοδύναμες ομάδες ως προς την επίδοσή τους στα Μαθηματικά γενικής παιδείας της Γ' Λυκείου.

Η πειραματική διάταξη (σχήμα 1), αποτελούνταν από ένα όχημα (3) που κινείται κατά μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου με ελάχιστες τριβές και προς τις δύο κατευθύνσεις, προσαρμοσμένο εμπόδιο (2) για την αλλαγή της φοράς κίνησης και δύο αισθητήρες κίνησης (1, 1a) που καταγράφουν τα πειραματικά δεδομένα (Γεωργόπουλος κ.ά, 2010).



Σχήμα 1. Απεικόνιση της πειραματικής διάταξης

Στις καθοδηγούμενες δραστηριότητες οι φοιτητές αντιμετωπίζουν τις συχνότερα εμφανιζόμενες παρανοήσεις και εφαρμόζουν τις αντίστοιχες μαθηματικές έννοιες της κλίσης και του εμβαδού στις σχηματιζόμενες αναπαραστάσεις, ενώ ταυτόχρονα τις συνδέουν με τα αντίστοιχα φυσικά μεγέθη. Τα κύρια χαρακτηριστικά του ανωτέρω πλαισίου είναι:

- η πρόβλεψη
- ο πειραματισμός - επαλήθευση
- η ερμηνεία - συσχέτιση της χρονικής εξέλιξης φαινομένου - αναπαραστάσεων
- η εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών και η συσχέτιση τους με τα αντίστοιχα φυσικά μεγέθη.

Στην ακολουθούμενη προσέγγιση η καταγραφή και ανάλυση των πειραματικών δεδομένων αποτελεί τη γέφυρα μεταξύ Μαθηματικών και Φυσικής, όπου οι φοιτητές εφαρμόζουν την υπάρχουσα γνώση και τις δεξιότητες τους στην κατανόηση νόμων και εννοιών τόσο στη Φυσική όσο και στα Μαθηματικά (Erickson, 2002).

Η χρήση των Μαθηματικών περιλαμβάνει:

1. την καταγραφή και ανάλυση των πειραματικών δεδομένων
2. την πραγματοποίηση έμμεσων μετρήσεων (με τη βοήθεια του λογισμικού)
3. την ταυτόχρονη εμφάνιση των δυναμικών πολλαπλών αναπαραστάσεων που αντιστοιχούν σε διαφορετικά φυσικά μεγέθη
4. τον προσδιορισμό των αλγεβρικών εξισώσεων (με τη βοήθεια του λογισμικού) που ακολουθούν τα πειραματικά σημεία
5. το συσχετισμό των συντελεστών των εξισώσεων με τα αντίστοιχα φυσικά μεγέθη
6. τη συσχέτιση της χρονικής εξέλιξης του φαινομένου με τις αντίστοιχες αναπαραστάσεις
7. την ερμηνεία των αλλαγών στις αναπαραστάσεις (γραφικών παραστάσεων και αλγεβρικών εξισώσεων) των φυσικών μεγεθών που αντιστοιχούν σε αλλαγές των φυσικών φαινομένων
8. την εφαρμογή των Μαθηματικών εννοιών στα πειραματικά δεδομένα και τη συσχέτισή τους με τα αντίστοιχα φυσικά μεγέθη

9. την εστίαση στον διαφορετικό τρόπο εφαρμογής των Μαθηματικών στο πλαίσιο της Φυσικής (Heck & Ellermeijer, 2010; Γεωργόπουλος & Κολέζα 2008).

Οι φοιτητές/τριες συμμετείχαν σε δύο ωριαίες δραστηριότητες με το σύστημα MBL. Η πρώτη συνδέεται με τη μελέτη της επιταχυνόμενης κίνησης και είναι κοινή για όλους, ενώ η δεύτερη διαφορετική για κάθε πειραματική ομάδα (Γεωργόπουλος κ.ά., 2010; 2013).

Η πρώτη πειραματική ομάδα υλοποίησε δραστηριότητες που συνδέονται με την αλλαγή της κλίσης (αλλαγή γωνίας κεκλιμένου επιπέδου) και η δεύτερη με την αλλαγή του συστήματος αναφοράς (ενεργοποίηση του αισθητήρα κίνησης που βρίσκεται στην θέση 1 ή στην θέση 1α).

Η κατανόηση των αναπαραστάσεων φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν κινηματικά φαινόμενα έγινε μέσω ερωτηματολογίου, το οποίο περιελάμβανε 10 ερωτήσεις με συνοδευτικές γραφικές παραστάσεις. Οι τρεις πρώτες αφορούσαν τη μετάβαση από το φαινόμενο στις γραφικές παραστάσεις, οι τέσσερις επόμενες τη μετάβαση μεταξύ διαφορετικών γραφικών παραστάσεων φυσικών μεγεθών που απεικονίζουν το ίδιο κινηματικό φαινόμενο και οι τρεις τελευταίες τη μετάβαση από τις γραφικές παραστάσεις στις πιθανές κινήσεις (Γεωργόπουλος κ.ά., 2010).

Η κατανόηση της εφαρμογής των μαθηματικών εννοιών κλίσης και εμβαδού κατά την επίλυση προβλημάτων έγινε και εδώ μέσω ερωτηματολογίου, το οποίο περιελάμβανε 10 ερωτήσεις με τις συνοδευτικές τους γραφικές παραστάσεις. Οι τρεις πρώτες αφορούσαν τη συσχέτιση των μεγεθών ταχύτητας και επιτάχυνσης με την εφαρμογή της έννοιας της κλίσης στις γραφικές παραστάσεις αντίστοιχων φυσικών μεγεθών, οι τρεις επόμενες τη συσχέτιση της μετατόπισης και μεταβολής της ταχύτητας με την εφαρμογή της έννοιας του εμβαδού στις γραφικές παραστάσεις αντίστοιχων φυσικών μεγεθών και οι τέσσερις τελευταίες την εφαρμογή της έννοιας της κλίσης σε γραμμικές συναρτήσεις διαφορετικού συντελεστή διεύθυνσης (Γεωργόπουλος κ.ά., 2013).

Για τη διερεύνηση του γνωστικού επιπέδου των φοιτητών χρησιμοποιήθηκε η ποιοτική ανάλυση των απαντήσεων τους και συγκεκριμένα η ταξινομία SOLO (Structure of the Observed Learning Outcomes, Biggs & Collins, 1982). Η ταξινομία κατηγοριοποιεί τις απαντήσεις σε πέντε ιεραρχικά γνωστικά επίπεδα, τα οποία παρέχουν ένα συστηματικό τρόπο περιγραφής της γνωστικής ιεραρχίας που εμφανίζουν οι φοιτητές κατά την πραγματοποίηση μιας δραστηριότητας. (Μπέλλου, 2003). Η επιλογή αυτή προέκυψε λαμβάνοντας υπόψη χαρακτηριστικά της ταξινομίας SOLO όπως το ευρύ πεδίο εφαρμογής της, την ερμηνευτική της αξιοπιστία για διαδικασίες όπως η επίλυση προβλημάτων και η συμφωνία της με το εποικοδομητικό μοντέλο μάθησης (Biggs, 1996).

Η κατηγοριοποίηση των απαντήσεων σύμφωνα με την ταξινομία SOLO γίνεται στα εξής επίπεδα (Μπέλλου, 2003):

Η ανάλυση των απαντήσεων γενικά οδηγεί στον εντοπισμό συνολικά πέντε επιπέδων κατανόησης του θέματος σχετικά με το οποίο αξιολογούνται.

1. Πρώτο επίπεδο, προδομικό. Ο φοιτητής με την απάντηση που δίνει:

- είτε αποφεύγει την ερώτηση (άρνηση, απόκρουση)
- είτε μεταφέρει την ερώτηση καταφατικά (ταυτολογία)
- είτε κάνει έναν άσχετο συνειρμό βασισμένο σε προσωπικά δεδομένα
- δεν εξετάζει τους διάφορους παράγοντες και έννοιες που έχουν σχέση με το θέμα και δεν προβαίνει σε κανένα συσχετισμό τους

- χρησιμοποιεί μόνο λίγες από τις διαθέσιμες πληροφορίες και σπάνια καταλήγει σε συμπέρασμα.
2. Δεύτερο επίπεδο, μονοδομικό, ενός στοιχείου ή ενός παράγοντα αλλαγής. Ο φοιτητής: επιλέγει ένα από τα σχετικά στοιχεία της παρουσίασης και επικεντρώνεται σ' αυτό ανταποκρίνεται με περιορισμένο τρόπο, σπάνια συνδέει τμήματα πληροφοριών και δε δίνει εξηγήσεις  
δεν καταλήγει σε συμπέρασμα ή το συμπέρασμα προκύπτει βιαστικά από λίγα στοιχεία.
3. Τρίτο επίπεδο, δυο ή περισσότερων στοιχείων, πολυδομικό, παραθετικό. Ο φοιτητής:
- επιλέγει δύο ή περισσότερα στοιχεία από την παρουσίαση και τα παραθέτει, αναφέροντάς τα απλώς με μία σειρά, αγνοώντας τις σχέσεις τους
  - δε χρησιμοποιεί όλες τις διαθέσιμες πληροφορίες και δεν επιχειρεί να κάνει συσχετισμούς
  - συνήθως δεν καταλήγει σε συμπέρασμα ή οδηγείται σε εναλλακτικό συμπέρασμα ή ακόμα μπορεί να αναφέρει το αναμενόμενο συμπέρασμα αποσπασματικά, χωρίς αυτό να προκύπτει από τα δεδομένα και τη λογική που παρουσίασε πριν
  - ο τόνος στο λόγο του παρουσιάζεται περιγραφικός, δηλωτικός.
4. Τέταρτο επίπεδο, συνδυαστικό, συσχετιστικό, συνθετικό. Ο μαθητής:
- χρησιμοποιεί τις περισσότερες ή όλες τις διαθέσιμες πληροφορίες, τις συνδέει με συνεπή τρόπο και τις ενσωματώνει σε ένα εννοιολογικό σχήμα, με το οποίο αντιμετωπίζει και τις αντικρουόμενες καταστάσεις
  - αρχίζει να δίνει εξηγήσεις συνδυάζοντας τα στοιχεία και αναζητώντας σχέσεις αίτιου –αποτελέσματος. Έτσι παράγει ένα επιχείρημα και δεν αρκείται απλώς σε μια παράθεση σχετικών στοιχείων
  - η διαδικασία της επαγωγής οδηγεί σε ένα επιστημονικά αποδεκτό συμπέρασμα. Ως εκ τούτου δεν αναφέρεται καμιά εναλλακτική λύση
  - ο τόνος στο λόγο του είναι επεξηγηματικός.
5. Πέμπτο επίπεδο θεωρητικής γενίκευσης, εκτεταμένης θεώρησης. Ο φοιτητής μπορεί:
- να χρησιμοποιεί πληροφορίες που δεν περιλαμβάνονται στα δεδομένα, γενικευμένες επιστημονικές αρχές που δείχνουν ότι το παράδειγμα είναι μια μόνο πιθανή περίπτωση ενός φαινομένου μεγάλης εμβέλειας, που επεκτείνεται σε άλλες περιπτώσεις
  - να κάνει νέες υποθέσεις που βασίζονται σε προηγούμενα λογικά αιτιολογημένα συμπεράσματα
  - να μην επιδιώκει να προσδιορίσει ένα ορισμένο ή περιορισμένο συμπέρασμα, αλλά δοκιμάζει, υποθέτει και κρίνει άλλες πιθανές απαντήσεις που θα ταίριαζαν στο ερώτημα
  - Ο τόνος στο λόγο του εμφανίζεται συμπερασματικός.

Οι ερωτήσεις απαντήθηκαν πριν και μετά τη διεξαγωγή του πειράματος. Οι φοιτητές επέλεξαν με τη διαδικασία της πολλαπλής επιλογής και αιτιολόγησαν την επιλογή τους με απαντήσεις ανοιχτού τύπου που περιελάμβαναν τις ακόλουθες τρεις συνιστώσες (Γεωργόπουλος, 2010):

- τον εντοπισμό και την αναφορά των στοιχείων ή παραγόντων που διαδραματίζουν ενεργό ρόλο στο υπό μελέτη φαινόμενο (είδος κίνησης - αναπαραστάσεις)
- τις συσχετίσεις των δεδομένων (στοιχείων ή παραγόντων)

- την εξαγωγή τεκμηριωμένου συμπεράσματος, σύμφωνα με τα προηγούμενα.

Επιπλέον ζητήθηκε από τους φοιτητές/τριες να αξιολογήσουν τη χρησιμότητα της διδακτικής παρέμβασης στις απαντήσεις του ερωτηματολογίου.

## Αποτελέσματα

Για τη δεξιότητα κατανόησης των αναπαραστάσεων φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν κινηματικά φαινόμενα (πίνακας 1), οι τρεις πρώτες ερωτήσεις (1, 2, 3) αναφέρονται στη μετάβαση από το φαινόμενο στις αναπαραστάσεις  $x(t)$ ,  $v(t)$  και  $a(t)$ , οι τέσσερες επόμενες (4, 5, 6, 7) στις μεταβάσεις μεταξύ των αναπαραστάσεων  $x(t)$ ,  $v(t)$  και  $a(t)$ , που απεικονίζουν το ίδιο κινηματικό φαινόμενο και οι τρεις τελευταίες (8, 9, 10) στη μετάβαση από αναπαραστάσεις φυσικών μεγεθών που δίνονται σε πιθανά κινηματικά φαινόμενα. Για τις τρεις ομάδες ερωτήσεων καταγράφονται αθροιστικά ο συνολικός αριθμός απαντήσεων ανά κατηγορία που βρίσκονται στο αντίστοιχο επίπεδο SOLO, όπως φαίνεται στους πίνακες 1, 2 και 3.

**Πίνακας 1: Άθροισμα απαντήσεων στα επίπεδα SOLO για τη μετάβαση μεταξύ κινήσεων και αναπαραστάσεων φυσικών μεγεθών.**

ΕΠΙΠΕΔΟ SOLO	Θ/Κ (ΠΡΙΝ)	Θ-Τ/Κ (ΠΡΙΝ)	Θ/Κ (ΜΕΤΑ)	Θ-Τ/Κ (ΜΕΤΑ)
ΠΡΟΔΟΜΙΚΟ	121	27	27	2
ΜΟΝΟΔΟΜΙΚΟ	44	24	76	12
ΠΟΛΥΔΟΜΙΚΟ	2	40	45	37
ΣΥΣΧΕΤΙΣΤΙΚΟ	1	17	19	55
ΕΚΤΕΤΑΜΕΝΗΣ ΑΦΑΙΡΕΣΗΣ	0	0	1	2
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>168</b>	<b>108</b>	<b>168</b>	<b>108</b>

Θ/Κ=Θεωρητική κατεύθυνση / Θ-Τ/Κ=Θετική-Τεχνολογική κατεύθυνση

**Πίνακας 2: Άθροισμα απαντήσεων στα επίπεδα SOLO για τη μετάβαση μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν το ίδιο κινηματικό φαινόμενο.**

ΕΠΙΠΕΔΟ SOLO	Θ/Κ (ΠΡΙΝ)	Θ-Τ/Κ (ΠΡΙΝ)	Θ/Κ (ΜΕΤΑ)	Θ-Τ/Κ (ΜΕΤΑ)
ΠΡΟΔΟΜΙΚΟ	144	4	33	1
ΜΟΝΟΔΟΜΙΚΟ	33	10	53	2
ΠΟΛΥΔΟΜΙΚΟ	27	59	80	31
ΣΥΣΧΕΤΙΣΤΙΚΟ	20	71	58	105
ΕΚΤΕΤΑΜΕΝΗΣ ΑΦΑΙΡΕΣΗΣ	0	0	0	5
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>224</b>	<b>144</b>	<b>224</b>	<b>144</b>

**Πίνακας 3: Άθροισμα απαντήσεων στα επίπεδα SOLO για τη μετάβαση μεταξύ αναπαραστάσεων φυσικών μεγεθών και πιθανών κινηματικών φαινομένων**

ΕΠΙΠΕΔΟ SOLO	Θ/Κ (ΠΡΙΝ)	Θ-Τ/Κ (ΠΡΙΝ)	Θ/Κ (ΜΕΤΑ)	Θ-Τ/Κ (ΜΕΤΑ)
ΠΡΟΔΟΜΙΚΟ	54	2	14	1
ΜΟΝΟΔΟΜΙΚΟ	84	13	46	2
ΠΟΛΥΔΟΜΙΚΟ	12	6	25	2

ΣΥΣΧΕΤΙΣΤΙΚΟ	18	87	83	103
ΕΚΤΕΤΑΜΕΝΗΣ ΑΦΑΙΡΕΣΗΣ	0	0	0	0
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>168</b>	<b>108</b>	<b>168</b>	<b>108</b>

Για τη δεξιότητα εφαρμογής των μαθηματικών εννοιών κλίσης και εμβαδού στο πλαίσιο των αναπαραστάσεων φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν κινηματικά φαινόμενα (πίνακας 2), οι τρεις πρώτες ερωτήσεις (1, 2, 3) αναφέρονται στις αναπαραστάσεις  $x(t)$ ,  $v(t)$  και στη διαδικασία επίλυσης προβλήματος, οι τρεις επόμενες (4,5,6) στις αναπαραστάσεις  $v(t)$ ,  $a(t)$  και στη διαδικασία επίλυσης προβλήματος και οι τέσσερες τελευταίες (7,8,9,10) στη δεξιότητα εφαρμογής της μαθηματικής έννοιας της κλίσης σε γραμμικές συναρτήσεις διαφορετικού συντελεστή διεύθυνσης. Για τις τρεις ομάδες ερωτήσεων καταγράφονται αθροιστικά ο συνολικός αριθμός απαντήσεων ανά κατηγορία που βρίσκονται στο αντίστοιχο επίπεδο SOLO, όπως φαίνεται στους πίνακες 6, 7 και 8 αντίστοιχα.

**Πίνακας 4: Άθροισμα απαντήσεων στα επίπεδα SOLO για την εφαρμογή της μαθηματικής έννοιας της κλίσης στις αναπαραστάσεις φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν κινηματικά φαινόμενα.**

ΕΠΙΠΕΔΟ SOLO	Θ/Κ (ΠΡΙΝ)	Θ-Τ/Κ (ΠΡΙΝ)	Θ/Κ (ΜΕΤΑ)	Θ-Τ/Κ (ΜΕΤΑ)
ΠΡΟΔΟΜΙΚΟ	77	2	20	0
ΜΟΝΟΔΟΜΙΚΟ	41	3	43	1
ΠΟΛΥΔΟΜΙΚΟ	29	14	55	4
ΣΥΣΧΕΤΙΣΤΙΚΟ	21	89	50	103
ΕΚΤΕΤΑΜΕΝΗΣ ΑΦΑΙΡΕΣΗΣ	0	0	0	0
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>168</b>	<b>108</b>	<b>168</b>	<b>108</b>

**Πίνακας 5: Άθροισμα απαντήσεων στα επίπεδα SOLO για την εφαρμογή της μαθηματικής έννοιας της κλίσης στις αναπαραστάσεις φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν κινηματικά φαινόμενα.**

ΕΠΙΠΕΔΟ SOLO	Θ/Κ (ΠΡΙΝ)	Θ-Τ/Κ (ΠΡΙΝ)	Θ/Κ (ΜΕΤΑ)	Θ-Τ/Κ (ΜΕΤΑ)
ΠΡΟΔΟΜΙΚΟ	121	27	28	5
ΜΟΝΟΔΟΜΙΚΟ	32	17	41	8
ΠΟΛΥΔΟΜΙΚΟ	8	15	42	9
ΣΥΣΧΕΤΙΣΤΙΚΟ	7	49	57	79
ΕΚΤΕΤΑΜΕΝΗΣ ΑΦΑΙΡΕΣΗΣ	0	0	0	7
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>168</b>	<b>108</b>	<b>168</b>	<b>108</b>

**Πίνακας 6: Άθροισμα απαντήσεων στα επίπεδα SOLO για την εφαρμογή της μαθηματικής έννοιας της κλίσης σε γραμμικές συναρτήσεις διαφορετικού συντελεστή διεύθυνσης.**

ΕΠΙΠΕΔΟ SOLO	Θ/Κ (ΠΡΙΝ)	Θ-Τ/Κ (ΠΡΙΝ)	Θ/Κ (ΜΕΤΑ)	Θ-Τ/Κ (ΜΕΤΑ)
ΠΡΟΔΟΜΙΚΟ	195	14	24	4
ΜΟΝΟΔΟΜΙΚΟ	16	19	95	2
ΠΟΛΥΔΟΜΙΚΟ	6	17	26	4
ΣΥΣΧΕΤΙΣΤΙΚΟ	7	90	79	130
ΕΚΤΕΤΑΜΕΝΗΣ ΑΦΑΙΡΕΣΗΣ	0	4	0	4
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>224</b>	<b>144</b>	<b>224</b>	<b>144</b>

Για την αξιολόγηση των δραστηριοτήτων της διδακτικής παρέμβασης οι απαντήσεις των φοιτητών/τριων ταξινομήθηκαν σε δύο κατηγορίες, πλαίσιο αναπαραστάσεων και εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών.

Η αξιολόγηση της χρησιμότητας των δραστηριοτήτων (ΚΑΘΟΛΟΥ: 1, ΛΙΓΟ: 2, ΜΕΤΡΙΑ: 3, ΑΡΚΕΤΑ: 4 και ΠΟΛΥ: 5) από τους φοιτητές ανά ερώτηση για το πλαίσιο των αναπαραστάσεων παρουσιάζεται στον πίνακα 7.

**Πίνακας 7: Αξιολόγηση της διδακτικής παρέμβασης από τους φοιτητές για τις ερωτήσεις που συνδέονται με την κατανόηση του πλαισίου των αναπαραστάσεων ανά μαθηματικό επίπεδο.**

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΕΠΙΠΕΔΟ		1 <sup>η</sup>	2 <sup>η</sup>	3 <sup>η</sup>	4 <sup>η</sup>	5 <sup>η</sup>	6 <sup>η</sup>	7 <sup>η</sup>	8 <sup>η</sup>	9 <sup>η</sup>	10 <sup>η</sup>
ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ	Μέση αξιολόγηση	3,55	3,66	3,71	3,36	3,50	3,48	3,36	3,80	3,88	3,02
ΘΕΤ-ΤΕΧΝ	Μέση αξιολόγηση	3,44	3,06	3,31	2,97	3,39	2,86	3,00	2,39	2,42	2,75

Παρατηρείται ότι η αξιολόγηση των δραστηριοτήτων στις ερωτήσεις των αναπαραστάσεων για τους φοιτητές της θεωρητικής κυμάνθηκε σε υψηλότερα επίπεδα (από 3,02 έως 3,88), έναντι των φοιτητών της θετικής/τεχνολογικής κατεύθυνσης (από 2,39 έως 3,39). Επιπλέον η μεγαλύτερη μέση αξιολόγηση τόσο για τους φοιτητές της θεωρητικής όσο και για τους φοιτητές της θετικής/τεχνολογικής καταγράφηκε για την ομάδα των μεταβάσεων φαινόμενο – αναπαραστάσεις, θεωρητική: 3,64 και θετική/τεχνολογική: 3,27 (αριθμητικός μέσος των ερωτήσεων 1,2 και 3).

Η αξιολόγηση της χρησιμότητας των δραστηριοτήτων από τους φοιτητές ανά ερώτηση για την εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών παρουσιάζεται στον πίνακα 8.

**Πίνακας 8: Αξιολόγηση της διδακτικής παρέμβασης από τους φοιτητές για τις ερωτήσεις που συνδέονται με την εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών ανά μαθηματικό επίπεδο.**

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΕΠΙΠΕΔΟ		1 <sup>η</sup>	2 <sup>η</sup>	3 <sup>η</sup>	4 <sup>η</sup>	5 <sup>η</sup>	6 <sup>η</sup>	7 <sup>η</sup>	8 <sup>η</sup>	9 <sup>η</sup>	10 <sup>η</sup>
ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ	Μέση αξιολόγηση	3,37	3,37	3,04	3,61	3,25	2,89	3,61	3,68	3,66	3,63
ΘΕΤ-ΤΕΧΝ	Μέση αξιολόγηση	3,17	3,06	2,94	3,08	3,28	3,17	2,69	2,72	2,39	2,83

Παρατηρείται ότι η αξιολόγηση των δραστηριοτήτων σχετικά με την εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών για τους φοιτητές της θεωρητικής κυμάνθηκε σε υψηλότερα επίπεδα (από 2,89 έως 3,68), έναντι των φοιτητών της θετικής/τεχνολογικής κατεύθυνσης (από 2,39 έως 3,28). Επιπλέον η μεγαλύτερη μέση αξιολόγηση για τους φοιτητές της θεωρητικής καταγράφηκε στην εφαρμογή της κλίσης διαφορετικών γραμμικών συναρτήσεων 3,64 (αριθμητικός μέσος των ερωτήσεων 7,8,9 και 10) και για τους φοιτητές της θετικής/τεχνολογικής στην εφαρμογή του εμβαδού 3,18 (αριθμητικός μέσος των ερωτήσεων 4,5 και 6).

Και για τις δύο ομάδες ερωτήσεων (πλαίσιο αναπαραστάσεων/εφαρμογή μαθηματικών εννοιών) η σύγκριση μεταξύ των δύο πειραματικών ομάδων (αλλαγή κλίσης/αλλαγή συστήματος αναφοράς) έδειξε, ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ( $p > 0,05$ ).

## Συμπεράσματα

Η εργασία με εργαλείο διδακτικής παρέμβασης το σύστημα MBL, μελετά την κατανόηση του πλαισίου των αναπαραστάσεων κινηματικών φαινομένων και τη δεξιότητα εφαρμογής των μαθηματικών εννοιών κλίσης και εμβαδού σε αυτό. Η κατανόηση των



αναπαραστάσεων περιλαμβάνει τη μετάβαση από τα φαινόμενα στις αναπαραστάσεις, τη μετάβαση μεταξύ των διαφορετικών αναπαραστάσεων που απεικονίζουν το ίδιο κινηματικό φαινόμενο και τη μετάβαση από αναπαραστάσεις φυσικών μεγεθών που δίνονται σε πιθανά κινηματικά φαινόμενα. Η δεξιότητα εφαρμογής των μαθηματικών εννοιών κλίσης και εμβαδού περιλαμβάνει την εφαρμογή τους σε γραφικές παραστάσεις φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν κινήσεις, στην επίλυση προβλήματος με τη χρήση γραφικής παράστασης και τον υπολογισμό της κλίσης γραμμικών συναρτήσεων διαφορετικού συντελεστή διεύθυνσης.

Το προτεινόμενο μαθησιακό περιβάλλον παρέχει τη δυνατότητα της χρονικής αντιστοίχισης φαινομένου-αναπαραστάσεων και της εφαρμογής των αντίστοιχων μαθηματικών εννοιών, διευκολύνοντας με τον τρόπο αυτό τις απαραίτητες μεταβάσεις (transitions) μεταξύ των φυσικών εννοιών και την ανάδειξη της συσχέτισης εφαρμογής μαθηματικών εννοιών και αντίστοιχων φυσικών εννοιών που προκύπτουν από την εφαρμογή των Μαθηματικών στο πλαίσιο της Φυσικής

Στην προτεινόμενη μεθοδολογική προσέγγιση η καταγραφή και ανάλυση των πειραματικών δεδομένων αποτελεί τη γέφυρα μεταξύ Μαθηματικών και Φυσικής, όπου οι φοιτητές εφαρμόζουν την υπάρχουσα γνώση και τις δεξιότητες τους στην κατανόηση νόμων και εννοιών τόσο στη Φυσική όσο και στα Μαθηματικά.

Τα αποτελέσματα της μελέτης δείχνουν ότι η διδακτική παρέμβαση που συσχετίζει την εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών με τις αντίστοιχες έννοιες της φυσικής αξιοποιώντας το σύστημα MBL είχε τα ακόλουθα θετικά αποτελέσματα:

1. Οι φοιτητές/τριες της θεωρητικής κατεύθυνσης βελτιώνονται μετακινούμενοι από χαμηλά (επίπεδα 1 και 2 της ταξινομίας SOLO) σε υψηλότερα ιεραρχικά γνωστικά επίπεδα (2, 3 και 4 της ταξινομίας SOLO) και
2. Οι φοιτητές/τριες της θετικής/τεχνολογικής κατεύθυνσης βελτιώνονται σε μικρότερο βαθμό μετακινούμενοι όμως σε ανώτερα γνωστικά επίπεδα (3 και κυρίως 4 της ταξινομίας SOLO).

Η στάση των φοιτητών για τη διδακτική παρέμβαση αναδεικνύει αφενός τη χρησιμότητα του συστήματος MBL και αφετέρου τον διαφορετικό τρόπο αξιοποίησης του για τις δύο πειραματικές ομάδες:

3. Οι φοιτητές/τριες της θεωρητικής κατεύθυνσης αναδεικνύουν τη χρησιμότητα των δραστηριοτήτων στις απλές δραστηριότητες και
4. Οι φοιτητές/τριες της θετικής/τεχνολογικής κατεύθυνσης αναδεικνύουν τη χρησιμότητα των δραστηριοτήτων στις πολυπλοκότερες δραστηριότητες.

Ειδικότερα:

α) Στην κατανόηση των αναπαραστάσεων συνολικά απαιτείται η επισήμανση και η συσχέτιση παραγόντων όπως το είδος της κίνησης, η τροχιά της κίνησης και οι αναπαραστάσεις των φυσικών μεγεθών.

Οι φοιτητές της θεωρητικής κατεύθυνσης εμφανίζουν σημαντική βελτίωση. Ο κυριότερος λόγος είναι ότι έχουν περιθώριο βελτίωσης με τη βοήθεια της διδακτικής παρέμβασης ξεκινώντας από τα χαμηλότερα γνωστικά επίπεδα (προδομικό-57%, μονοδομικό-29%) να μετακινηθούν στα επόμενα ιεραρχικά επίπεδα (προδομικό-13%, μονοδομικό-31% πολυδομικό-27%, συσχετιστικό-29%) επισημαίνοντας μόνο τους αντίστοιχους παράγοντες, χωρίς όμως να μπορούν να τους συσχετίσουν κατάλληλα (εκτός από το 29%).

Οι φοιτητές της θετικής/τεχνολογικής κατεύθυνσης σημειώνουν μικρή βελτίωση. Ο κυριότερος λόγος είναι ότι έχουν μικρά περιθώρια βελτίωσης με τη βοήθεια της διδακτικής παρέμβασης ξεκινώντας από μεσαία γνωστικά επίπεδα (μονοδομικό-13% πολυδομικό-29%, συσχετιστικό-49%) να μετακινηθούν σε υψηλότερα (πολυδομικό-19%, συσχετιστικό-73%, εκτεταμένης αφαίρεσης-2%).

β) Στην κατανόηση της εφαρμογής των μαθηματικών εννοιών συνολικά πρέπει να προχωρήσουν στους κατάλληλους υπολογισμούς, στις συσχετίσεις με τα αντίστοιχα φυσικά μεγέθη και να εφαρμόσουν τις ανωτέρω μαθηματικές έννοιες στο πλαίσιο προβλημάτων φυσικής, καταλήγοντας σε συμπέρασμα.

Οι φοιτητές της θεωρητικής κατεύθυνσης πραγματοποιούν σημαντική βελτίωση. Ο κυριότερος λόγος είναι ότι έχουν περιθώριο βελτίωσης με τη βοήθεια της διδακτικής παρέμβασης, ξεκινώντας από τα χαμηλότερα γνωστικά επίπεδα (προδομικό-70%, μονοδομικό-16%) να μετακινηθούν στα επόμενα ιεραρχικά επίπεδα (προδομικό-13%, μονοδομικό-32% πολυδομικό-22%, συσχετιστικό-33%) επισημαίνοντας μόνο τους αντίστοιχους παράγοντες, χωρίς όμως να μπορούν να τους συσχετίζουν κατάλληλα (εκτός 33%).

Οι φοιτητές της θετικής/τεχνολογικής κατεύθυνσης πραγματοποιούν μικρή βελτίωση.

Ο κυριότερος λόγος είναι ότι έχουν μικρά περιθώρια βελτίωσης με τη βοήθεια της διδακτικής παρέμβασης, ξεκινώντας από μεσαία γνωστικά επίπεδα (προδομικό-12%, μονοδομικό-11%, πολυδομικό-13%, συσχετιστικό-63%, εκτεταμένης αφαίρεσης-1%), να μετακινηθούν σε υψηλότερα (συσχετιστικό-87%, εκτεταμένης αφαίρεσης-3%).

γ) Ερμηνεύοντας την αξιολόγηση των δραστηριοτήτων στις αναπαραστάσεις και στην εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών παρατηρείται παρόμοια αντιμετώπιση ανά κατηγορία φοιτητών, με τους φοιτητές που προέρχονται από την θεωρητική κατεύθυνση να αξιολογούν τις δραστηριότητες θετικότερα σε σχέση με τους φοιτητές που προέρχονται από την θετική/τεχνολογική κατεύθυνση. Ειδικότερα:

- Πλαίσιο αναπαραστάσεων: φοιτητές της θεωρητικής κατεύθυνσης (μέτρια-αρκετά:3,54) σε σχέση με φοιτητές που προέρχονται από την θετική/τεχνολογική κατεύθυνση (μέτρια:2,95).
- Εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών: φοιτητές της θεωρητικής κατεύθυνσης (μέτρια-αρκετά: 3,39) σε σχέση με φοιτητές που προέρχονται από την θετική/τεχνολογική κατεύθυνση (μέτρια:2,96).

δ) Ελέγχοντας τις μεγαλύτερες βελτιώσεις διαπιστώθηκε:

Για τους φοιτητές που προέρχονται από την θεωρητική κατεύθυνση, η μεγαλύτερη βελτίωση παρατηρήθηκε όπου υπάρχουν απλές δραστηριότητες:

- Στη μετάβαση μεταξύ φαινομένου-αναπαραστάσεων, από πριν (προδομικό-72%, μονοδομικό-26%) σε μετά (προδομικό-16%, μονοδομικό-45%, πολυδομικό-27%, συσχετιστικό-11%).
- Στην μετάβαση μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων που ερμηνεύουν το ίδιο φαινόμενο, από πριν (προδομικό-64%, μονοδομικό-15%, πολυδομικό-12%) σε μετά (προδομικό-15%, μονοδομικό-24%, πολυδομικό-36%, συσχετιστικό-26%).

- Στον υπολογισμό της κλίσης διαφορετικών γραμμικών συναρτήσεων, που πραγματοποιήθηκαν με απλές δραστηριότητες, από πριν (προδομικό-87%) σε μετά (προδομικό-11%, μονοδομικό-42%, πολυδομικό-12%, συσχετιστικό-35%).

Για τους φοιτητές που προέρχονται από την θετική/τεχνολογική κατεύθυνση, η μεγαλύτερη βελτίωση παρατηρήθηκε στην εφαρμογή της μαθηματικής έννοιας του εμβαδού που πραγματοποιήθηκε με πολυπλοκότερες δραστηριότητες, από πριν (προδομικό-25%, μονοδομικό-16%, πολυδομικό-14%, συσχετιστικό-45%) σε μετά (συσχετιστικό-73%).

ε) Από την παρατήρηση της συμπεριφοράς των φοιτητών κατά τη διάρκεια των δραστηριοτήτων εμφανίστηκε μεγαλύτερη δυσκολία εφαρμογής του εμβαδού σε σχέση με την κλίση. Η διαπίστωση αυτή πιθανόν να συνδέεται με τη μεγαλύτερη ευχρηστία του λογισμικού στην περίπτωση της κλίσης όπου εμφανίζονται οι συντελεστές των μοντέλων που ακολουθούν τα πειραματικά δεδομένα ενώ στην εφαρμογή του εμβαδού απαιτείται επιπλέον διαδικασία για τους απαιτούμενους υπολογισμούς και την εμφάνιση κατανοητών αποτελεσμάτων. Αυτό σημαίνει ότι οι πληροφορίες που εμφανίζονται και ερμηνεύονται άμεσα κατανοούνται σε μεγαλύτερο βαθμό από τις πληροφορίες που αποκτούνται με επιπρόσθετη και όχι απαραίτητα κατανοητή διαδικασία για φοιτητές με μικρότερο επίπεδο γνώσεων και εφαρμογής γνώσεων. Η ανωτέρω διαπίστωση συνδέεται με το γεγονός ότι σε πολλές περιπτώσεις η πολυπλοκότητα των δραστηριοτήτων αποπροσανατολίζει από τον στόχο που στην προκειμένη περίπτωση είναι η κατανόηση της μαθηματικής έννοιας και περιλαμβάνει τη διαδικασία υπολογισμού της, τη συσχέτιση με το αντίστοιχο φυσικό μέγεθος και την εφαρμογή της στο πλαίσιο επίλυσης προβλήματος (Γεωργόπουλος κ.ά., 2013).

Συνοψίζοντας η παρούσα εργασία προτείνει μια προσέγγιση που χρησιμοποιεί ως πλαίσιο εφαρμογής τις γραφικές παραστάσεις με δύο σημαντικά εργαλεία, την αντιστοίχιση της χρονικής εξέλιξης φαινομένου – αναπαραστάσεων και την εφαρμογή των κατάλληλων μαθηματικών εννοιών στο αντίστοιχο πλαίσιο. Αποτελεί ένα μαθησιακό περιβάλλον που περιλαμβάνει την πραγματοποίηση πειραμάτων, επεξεργασία πειραματικών δεδομένων με τη βοήθεια του υπολογιστή και τη συσχέτιση μεταξύ μαθηματικών εννοιών και των αντίστοιχων φυσικών μεγεθών.

Αυτή η προσέγγιση θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί σε μελέτες που περιλαμβάνουν γραφικές παραστάσεις. Στο πλαίσιο αυτό προτείνεται η εφαρμογή της σε έρευνες που αξιοποιούν λογισμικά προσομοίωσης ή ανάλογες διαδικτυακές εφαρμογές, καθώς επίσης και σε διαφορετικές βαθμίδες εκπαίδευσης, όπως μαθητές Γυμνασίων ή Λυκείων.

## Αναφορές

- Araujo, I., Veit, E., & Moreira, M. (2008). Physics students' performance using computational modelling activities to improve kinematics graphs interpretation. *Computers & Education*, 50(4), 1128-1140.
- Biggs, J. B. & Collins, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy*. New York: Academic Press.
- Biggs, J., (1996). Enhancing teaching through constructive alignment, *Higher Education*, 32, 347-364.
- Cicero, M. L. & Spagnolo, F. (2009). The use of motion sensor can lead the students to understanding the Cartesian graph. In *Proceedings of CERME 6*. Retrieved 10 October 2011 from <http://www.inrp.fr/editions/cerme6>

- Ellis, G. W., & Turner, W. A. (2002). Improving the conceptual understanding of kinematics through graphical analysis. *Proceedings of the American Society for Engineering Education Annual Conference and Exposition, Montreal, Canada*. Retrieved 10 October 2011 from <http://soa.asee.org/paper/conference/paper-view.cfm?id=17195>
- Erickson, T. (2002). Technology, Statistics, and Subtleties of Measurement: Bridging the Gap Between Science and Mathematics. *Presented at the 6th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS-6)*. Retrieved 10 October 2011 from [http://icots6.haifa.ac.il/scientific\\_program/presentations/topic7\\_presentations/7F/7F2.htm](http://icots6.haifa.ac.il/scientific_program/presentations/topic7_presentations/7F/7F2.htm)
- Gipps, J. (2002). Data Logging and Inquiry Learning in Science. In A. McDougal, J. Murnane & D. Chambers (eds.), *Proceedings of the Seventh world conference on computers in education conference on Computers in education: Australian topics-Volume 8* (pp. 31-34). ACS: Copenhagen.
- Hadjidemetriou, C. & Williams, J. S. (2000). Assessing Graphical Literacy In Year 10 Mathematics pupils. *British Educational Research Association Student Symposium*. Retrieved 10 October 2012 from <http://www.man.ac.uk/cme/ch>
- Hale, P. (2007). They know the math, but the words get in the way. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 29(1), 28-47.
- Heck, A. & Ellermeijer, T. (2010). Mathematics assistants: meeting the needs of secondary school physics education. *Acta Didactica Napocensia*, 3(2), 17-34.
- McDermott, L. C., Rosenquist, M. L., & Van Zee, E. H. (1987). Student difficulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics. *American Journal of Physics*, 55(6), 503-513.
- Redish, E. (2005). Problem Solving and the Use of Math in Physics Courses *In Proceedings of the World View on Physics Education in 2005: Focusing on Change Conference* (pp. 1-10) Delhi. Retrieved 23 October 2012 from <http://arxiv.org/pdf/physics/0608268.pdf>
- Svec, M. T. (1999). Improving graphing interpretation skills and understanding of motion using microcomputer based laboratories. *Electronic Journal of Science Education*, 3(4), Retrieved 10 October 2011 from <http://unr.edu/homepage/jcannon/ejse/ejse.html>
- Trumper, R., & Gelbman, M. (2002). What Are Microcomputer-Based Laboratories (MBLs) for? An Example from Introductory Kinematics. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 21(3), 207-227.
- Tuminaro, J. & Redish, E. F. (2004). Understanding Students' Poor Performance on Mathematical Problem Solving in Physics. In J. Marx, S. Franklin, K. Cummings (Eds.) *Physics Education Research Conference, AIP Conference Proceedings*, 720 (pp. 113-116) AIP.
- Unesco, Cairo Office (2003). *Integrating Technology in Teaching Secondary Science and Mathematics. Effectiveness, Models of Integration, and Illustrative Examples*, Retrieved 10 October 2011 from <http://www.unesco-cairo.org>
- Widjaja, Y. B., & Heck, A. (2003). How a Realistic Mathematics Education Approach and Microcomputer-Based Laboratory Worked in Lessons on Graphing at an Indonesian Junior High School. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 26(2), 1-51.
- Γεωργόπουλος, Κ., Μπέλλου, Ι., Κώτσης, Κ., & Μικρόπουλος, Τ. Α. (2010). Αναπαραστάσεις φυσικών μεγεθών και αντίστοιχα κινηματικά φαινόμενα. *Θέματα Επιστημών και Τεχνολογίας στην Εκπαίδευση*, 3(2), 69-84. <http://earthlab.uoi.gr/thete/index.php/thete>
- Γεωργόπουλος, Κ. (2010). Ο ρόλος των αναπαραστάσεων στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών που εμφανίζονται σε φαινόμενα του φυσικού κόσμου, μέσα από περιβάλλοντα ΤΠΕ. *Διδακτορική διατριβή*, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης.
- Γεωργόπουλος, Κ., Μπέλλου & Μικρόπουλος, Τ. Α. (2013). Η εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών κλίσης και εμβαδού στις γραφικές παραστάσεις κινηματικών φαινομένων, *Πρακτικά 8<sup>ου</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Διδακτικής των Φυσικών Επιστημών και Νέων Τεχνολογιών στην Εκπαίδευση* - (σ. 484-491), 26-28 Απριλίου 2013, Βόλος, Επιμέλεια έκδοσης: Βαβουγιούδης Διονύσης & Παρασκευόπουλος Στέφανος, ISBN: 978-618-80580-1-9
- Γεωργόπουλος, Κ., Κολέζα, Ε. (2008). Διδακτικά προβλήματα από την μη συνύπαρξη Μαθηματικών και Φυσικής στο πρόγραμμα σπουδών. Στο Κ. Σκορδούλης, Θ. Νικολαΐδης, Ε. Κολέζα, Δ. Χασάπης

(επιμ.), *Πρακτικά 4ης Συνάντησης Αθηνών - Ζητήματα Επιστήμης: Ιστορία, Φιλοσοφία και Διδακτική*, (σ. 245-256) Αθήνα: Νήσος.

Καράνης, Γ., Τσώνος, Χ., Μπισδικιάν, Γ., & Ψύλλος, Δ. (2000). Διερεύνηση όψεων της αποτελεσματικότητας εργαστηριακών ασκήσεων υποστηριζόμενων από Συγχρονικές Διατάξεις σε μαθητές Λυκείου. Στο Β. Κόμης (επιμ.), *Πρακτικά 2<sup>ου</sup> Πανελληνίου Συνέδριου Οι τεχνολογίες της πληροφορίας και της επικοινωνίας στην εκπαίδευση*, (σ. 471-479), Ανακτήθηκε στις 11 Νοεμβρίου 2011 από [www.etpe.eu/files/proceedings/uploads1/paper108.pdf](http://www.etpe.eu/files/proceedings/uploads1/paper108.pdf)

Μπέλλου, Ι. (2003). Ποιοτική αξιολόγηση μαθησιακών αποτελεσμάτων μαθητών μετά την αλληλεπίδρασή τους με εκπαιδευτικό λογισμικό. Στο Μ. Ιωσηφίδου & Ν. Τζιμόπουλος (επιμ.), *Πρακτικά 2ου Πανελληνίου Συνέδριου των Εκπαιδευτικών για τις ΤΠΕ 'Αξιοποίηση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στη Διδακτική Πράξη'*, (σ. 85-95). Ανακτήθηκε στις 11 Νοεμβρίου 2011 από [www.etpe.eu/files/proceedings/uploads1/b85.pdf](http://www.etpe.eu/files/proceedings/uploads1/b85.pdf)